

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA  
ELÉCTRICA**

**ALGORITMOS GRASP Y SIMULATED ANNEALING  
COMO INICIALIZADORES DE BRANCH AND BOUND  
EN LA SOLUCIÓN DE PLANEAMIENTO ESTÁTICO DE  
SISTEMAS DE TRANSMISIÓN**

**Por**

**GERMAN ALONSO GOMEZ ROJAS**

**ANTONIO ESCOBAR ZULUAGA**

**Director**

**Tesis presentada como requisito para optar al título de Maestría en Ingeniería  
Eléctrica**

**Pereira, Abril de 2008**

**ALGORITMOS GRASP Y SIMULATED ANNEALING  
COMO INICIALIZADORES DE BRANCH AND BOUND  
EN LA SOLUCIÓN DE PLANEAMIENTO ESTÁTICO DE  
SISTEMAS DE TRANSMISIÓN**

**GERMAN ALONSO GOMEZ ROJAS**

**Facultad de Ingeniería Eléctrica-UTP  
Pereira  
Abril de 2008**

A mi madre Berta, la memoria de mi padre Nevio, mis hermanos Juan Carlos, William, Oscar y Luis, mis hermanas Adriana y Lorena, mis sobrinas Carolina y Lucía y mis sobrinos Steven, Sergio, Camilo, Cristian, Luis Miguel, David, Jerónimo y Miguel Ángel.

## **AGRADECIMIENTOS**

Deseo expresar mis sinceros agradecimientos:

- Al profesor Antonio Escobar Zuluaga, por su continua asesoría y orientación académica y porque su incondicional motivación hace realidad este trabajo;
- A los profesores Ramón Alfonso Gallego Rendón de la UTP y Rubén Augusto Romero Lázaro de la UNESP (Brasil) por sus orientaciones y total entrega a la investigación continua en sistemas eléctricos con que motivan la línea de investigación de planeamiento en sistemas eléctricos de la UTP;
- A todos los compañeros de la segunda promoción de la línea de planeamiento de sistemas eléctricos de la Maestría en Ingeniería Eléctrica;
- A la Universidad Tecnológica de Pereira por apoyar los diferentes proyectos de investigación que nacen de la línea de planeamiento en sistemas eléctricos;
- A los profesores del programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Tecnológica de Pereira;
- A Marisol Agudelo, secretaria del programa de maestría, por su colaboración;
- A mi gran amigo, Juan Carlos Henao por su invaluable apoyo;
- A mi novia Natalia Moncada, por su apoyo y comprensión.

## Resumen

La presente investigación se orienta a la solución del problema de planeamiento estático de sistemas eléctricos de transmisión para el modelo ideal de flujo de carga DC usando la versión de un modelo lineal equivalente, denominada modelo lineal disyuntivo. El método presentado para resolver el problema se compone de dos partes. En la primera parte se usan los algoritmos GRASP y SA, obteniendo un método híbrido, donde se hace una exploración del espacio discreto del sistema en estudio para fijar algunas inversiones iniciales que permiten reducir el tamaño del espacio de soluciones inicial del problema. En la segunda parte la técnica Branch and Bound se encarga de explorar la región discreta reducida de tal manera que pueda alcanzar soluciones de alta calidad, en lo posible de carácter óptimo global y de igual manera pueda explorar totalmente esta subregión alcanzando la convergencia del proceso.

Los métodos de optimización poseen muchas propuestas para encontrar soluciones de alta calidad en problemas complejos; sin embargo, no garantizan hallar el óptimo global en problemas que poseen muchas variables discretas. En el planeamiento de sistemas de transmisión, los métodos de optimización identifican conjuntos de variables con probabilidades altas de pertenecer a la solución óptima del problema y cuando se incluyen en la topología base inicial del sistema que se quiere resolver, se aplican restricciones lineales al espacio discreto global obteniendo regiones reducidas discretas que incluyen las mejores soluciones del problema. Esto permite al método B&B procesar de manera inteligente la información contenida en la región discreta reducida y le ayudan a alcanzar soluciones de alta calidad, y en algunos casos la óptima, con un esfuerzo computacional bajo.

Para probar la metodología se utilizan sistemas de prueba disponibles en la literatura especializada, con diferentes grados de complejidad. Uno de los sistemas de prueba utilizados es el sistema eléctrico colombiano 2012 de 230/500KV de 93 nodos y 155 líneas candidatas que involucra  $2^{620}$  opciones de planeamiento y en el cual B&B por si solo, no alcanza soluciones de buena calidad.

## Contenido

|   |    |
|---|----|
| 1. INTRODUCCIÓN.....  | 1  |
| 2. MODELOS DE PLANEAMIENTO ESTÁTICO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN, MEDIDAS DE SENSIBILIDAD Y TÉCNICAS DE SOLUCIÓN.....   | 6  |
| 2.1. INTRODUCCIÓN.....  | 6  |
| 2.2. MODELOS USADOS EN EL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO.....   | 7  |
| 2.2.1. Modelo de transportes.....   | 7  |
| 2.2.2. Modelo DC.....   | 8  |
| 2.2.3. Modelo híbrido.....  | 10 |
| 2.2.4. Modelo lineal disyuntivo.....  | 11 |
| 2.3. MEDIDAS DE SENSIBILIDAD Y TÉCNICAS DE SOLUCIÓN PARA RESOLVER LOS MODELOS DE PLANEAMIENTO.....  | 12 |
| 2.3.1. Algoritmos Heurísticos Constructivos.....  | 13 |
| 2.3.2. Métodos de Optimización Clásica.....   | 18 |
| 2.3.3. Métodos de Optimización Combinatorial.....   | 19 |
| 3. USO DE ALGORITMOS GRASP Y SIMULATED ANNEALING COMO INICIALIZADORES DE BRANCH AND BOUND EN LA SOLUCIÓN DE PLANEAMIENTO ESTÁTICO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN..... | 23 |
| 3.1. INTRODUCCION.....  | 23 |
| 3.2. BRANCH AND BOUND (B&B).....  | 23 |

|  |    |
|--|----|
| 3.3. ALGORITMOS USADOS PARA IDENTIFICAR CONJUNTOS DE VARIABLES INICIALES DEL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO.....               | 27 |
| 3.3.1. Simulated annealing.....  | 28 |
| 3.3.2. GRASP.....  | 32 |
| 3.4. ALGORITMO HÍBRIDO GRASP-SA ADAPTADO AL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN.....                     | 35 |
| 3.4.1. Representación del problema de planeamiento.....  | 36 |
| 3.4.2. Obtención de la población inicial.....  | 37 |
| 3.4.3. Mecanismos de transición.....   | 38 |
| 3.4.4. Programa de enfriamiento.....   | 41 |
| 3.4.5. Actualización de las funciones de probabilidad de los valores $\lambda_i$ .....                                   | 41 |
| 3.4.6. Obtención de conjuntos iniciales de variables.....  | 41 |
| 3.4.7. Inicio de proceso B&B.....  | 42 |
| 3.4.8. Seudocódigo del algoritmo híbrido GRASP-SA.....   | 43 |
| 4. PRUEBAS Y RESULTADOS.....   | 45 |
| 4.1. INTRODUCCION.....   | 45 |
| 4.2. RESULTADOS PARA EL MODELO DE TRANSPORTES.....   | 46 |
| 4.2.1. Sistema de prueba de Garver.....  | 46 |
| 4.2.2. Sistema de prueba sur brasileiro.....   | 47 |
| 4.2.3. Sistema de prueba colombiano 2012.....  | 47 |
| 4.3. RESULTADOS PARA EL MODELO HÍBRIDO LINEAL.....   | 48 |
| 4.3.1. Sistema de prueba de Garver.....  | 48 |
| 4.3.2. Sistema de prueba sur brasileiro.....   | 49 |
| 4.3.3. Sistema de prueba colombiano 2012.....  | 50 |
| 4.4. RESULTADOS PARA EL MODELO LINEAL DISYUNTIVO.....  | 50 |
| 4.4.1. Sistema de prueba de Garver.....  | 51 |
| 4.4.2. Sistema de prueba sur brasileiro.....   | 51 |
| 4.4.3. Sistema de prueba colombiano 2012.....  | 53 |
| 4.5. RESULTADOS PARA EL MODELO LINEAL DISYUNTIVO USANDO EL ALGORITMO GRASP-SA COMO INICIALIZADORES DEL PROCESO B&B ..... | 54 |

|   |    |
|---|----|
| 4.5.1. Sistema de prueba sur brasileiro.....              | 55 |
| 4.5.2. Sistema de prueba colombiano.....                  | 62 |
| 4.6. RESULTADOS USANDO INFORMACION DEL ALGORITMO B&B..... | 72 |
| 5. CONCLUSIONES.....                                      | 74 |
| BIBLIOGRAFIA.....   | 76 |

## APENDICES

|  |     |
|--|-----|
| A. DATOS DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA.....              | 78  |
| A.1 Sistema Garver de 6 nodos.....                   | 79  |
| A.2 Sistema Sur Brasileiro de 46 nodos.....          | 81  |
| A.3 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro 2002-2008..... | 87  |
| A.4 Sistema Colombiano 2005-2009-2012.....           | 95  |
| B. ARTÍCULOS PUBLICADOS.....                         | 103 |



# Capítulo 1

## INTRODUCCION

Los planes de expansión, en cualquier campo de aplicación y especialmente en escenarios económicos, orientan las políticas de crecimiento y desarrollo con las cuales este mundo en transición a la globalización se proyecta hacia futuro. Gracias a los avances en computación los problemas reales se modelan con gran cantidad de variables y altos niveles de complejidad, que precisan desarrollar nuevas y modernas herramientas metodológicas y procedimentales, con las cuales resolver de manera adecuada estos problemas, permitiendo que sean económicamente viables y altamente rentables, aún si los recursos necesarios para llevar a la realidad los proyectos sean cada vez más escasos. En este punto radica la importancia del desarrollo de estas estrategias, utilizando la ciencia y la investigación como fuentes generadoras de nuevos conocimientos.

El problema del Planeamiento de la Expansión de Sistemas Eléctricos de Transmisión de Energía, objetivo fundamental de estudio en el presente trabajo, tiene diversos tipos de variables que representan cantidades físicas y/o económicas y se modela como un problema de optimización matemática de naturaleza entera y no lineal. Aunque las primeras publicaciones en el campo de investigación de optimización matemática aparecieron en la década de los años 50, las metodologías para resolver este tipo de problemas continúan siendo objeto de estudio.

Se parte de varios modelos de optimización en los cuales se adaptan diferentes condiciones de funcionamiento del sistema eléctrico. Con base en las restricciones que se deben cumplir en los horizontes de planeamiento se obtienen problemas de estudio con diferentes grados de complejidad matemática que dependen en gran medida de la cantidad de variables discretas del problema y sus valores asociados, produciendo espacios discretos de soluciones que contienen cantidades exponenciales de alternativas para resolver el problema de planeamiento.

Si se tiene un único horizonte de planeamiento el problema es estático y en este, dada una configuración inicial y los datos de generación y carga además de otros como límites de operación, costos y restricciones de inversión, se pretende obtener el plan de expansión con mínima inversión y/o de mínimo costo de operación, en el cual se determina *donde* (localización geográfica), *que* y *cuantos* nuevos equipos (transformadores, líneas, etc) se deben instalar en el sistema. El planeamiento estático, caso específico de este trabajo, es un subproblema de un caso más general

denominado planeamiento dinámico en el cual, adicionalmente, se pretende determinar en que instante del horizonte de planeamiento (*cuando*) es atractivo realizar las inversiones de los nuevos equipos y en que etapa del horizonte deben estar operando [10,25].

Como el espacio de soluciones de los modelos de planeamiento es discreto, las funciones matemáticas que intervienen carecen de conceptos como la derivada, lo cual dificulta el desarrollo de metodologías que orienten el proceso de búsqueda hacia la solución óptima global del problema. Las conclusiones de las investigaciones que se han realizado en las dos últimas décadas, permiten clasificar las metodologías que buscan resolver problemas complejos de optimización en dos grandes grupos: metodologías exactas[3,24,31,32] y metodologías aproximadas[1,2,12,16,21].

Investigaciones recientes [6,24,31,32] muestran que las metodologías exactas se pueden aplicar a problemas de mediana complejidad matemática, ya que con estas se orientan los procesos de búsqueda en el espacio discreto hacia soluciones de carácter óptimo local sin renunciar a encontrar la solución óptima global, lo cual en problemas de gran complejidad matemática evidencian la necesidad de sofisticados sistemas de almacenamiento de información que aún están en desarrollo y nuevas herramientas que le den fortaleza a estos métodos. Las metodologías aproximadas [4,9,11] parten de soluciones que pueden contener ciertos atributos atractivos que pertenecen a soluciones de calidad óptima local y por medio de mecanismos o reglas específicas que se siguen en un proceso de búsqueda [15,16,17,18,30], evolucionan a soluciones de mejor calidad. Para incrementar las posibilidades de éxito del método desarrollado en la fase de investigación, se deben tener en cuenta dos aspectos fundamentales, en primera instancia, el conocimiento de la naturaleza y por demás las características del problema de optimización a resolver, en este caso, el problema de la expansión de la capacidad de transmisión de energía, y en segundo lugar, los avances de las metodologías aplicadas en investigaciones similares para problemas de optimización de igual o mayor complejidad matemática; estos dos puntos de referencia son fundamentales y permiten adaptar la metodología utilizada, para realizar procesos de búsqueda más inteligentes en puntos atractivos del espacio discreto. Todas las metodologías tienen como objetivo encontrar soluciones de muy alta calidad para el problema de optimización disminuyendo el esfuerzo en cómputo.

Por la necesidad de conocer las condiciones de operación del sistema eléctrico se usan modelos de flujos de potencia y se adaptan a los modelos de optimización que se quieren resolver. Luego se procede a implementar un proceso de solución y evaluar la calidad de los resultados en sistemas de prueba IEEE de diferentes grados de complejidad matemática que miden de cierta manera las fortalezas y debilidades del método seleccionado. Dichos sistemas de prueba ya se han resuelto o se conocen soluciones de muy alta calidad usando diferentes metodologías de las cuales se puede aprovechar cualquier fortaleza.

Implementar un proceso de optimización con el cual se determina un conjunto de soluciones atractivas que formen parte de los planes de expansión es el objetivo de la metodología que se quiere desarrollar. Estas soluciones deben contribuir a la toma de decisiones e involucrar medidas especiales que generen señales a futuros inversionistas del mercado abierto de energía eléctrica actual aprovechando al máximo la información contenida en el sistema.

La obtención de la solución óptima global de este tipo de problemas sigue motivando las investigaciones alrededor de este campo de estudio. Una de las técnicas que garantizan las condiciones óptimas globales del problema es el método Branch and Bound (B&B) [6,24] donde se explora exhaustivamente el espacio discreto de soluciones por medio de mecanismos que dividen y limitan las regiones de búsqueda de la solución óptima. Sin embargo, posee problemas de convergencia en sistemas de alta complejidad matemática al necesitar procesar elevados volúmenes de información que saturan la memoria de los equipos de cómputo. En el presente trabajo se usan dos métodos aproximados de naturaleza combinatorial GRASP [4,12,13,22] y Simulated Annealing (SA) [1,30] que usan reglas o mecanismos de búsqueda que le permiten al proceso de optimización, explorar alrededor de una solución del problema *para identificar conjuntos de atributos importantes que hacen parte de los planes de expansión; con base en los conjuntos obtenidos, se inicia el algoritmo B&B permitiendo que mejore su desempeño al reducir de manera sustancial el espacio discreto de soluciones que debe explorar*. Esto se puede adaptar al algoritmo B&B dado que si el modelo de planeamiento posee variables enteras y continuas lineales se garantizan las condiciones óptimas globales del problema y en el caso de planeamiento estático de sistemas eléctricos de transmisión se tiene un modelo lineal, denominado modelo lineal disyuntivo, que contiene estas características.

Cada algoritmo de optimización en particular, sigue reglas definidas por la naturaleza de los procesos que simulan. En los métodos combinatoriales se definen mecanismos de transición que permiten al proceso moverse de una solución a otra definiendo estructuras de vecindad, las cuales internamente se adaptan a reglas, que pueden ser propias, y dependen de la naturaleza del algoritmo. De igual manera, la codificación que se escoge para implementar el algoritmo permite simplificar significativamente el desarrollo de software, obteniendo herramientas que miden el éxito del algoritmo.

El algoritmo GRASP utiliza una función de adaptación que mide el cambio en la función objetivo al efectuar un movimiento hacia una solución definida en la estructura de vecindad con base en una lista de atributos que se construye tomando medidas de sensibilidad [11,19,26,28,31]. El algoritmo SA toma sus bases de la termodinámica [1] observando la variación energética de un sistema al efectuar cambios en su estructura interna usando programas de control que guían estos cambios. La naturaleza heurística de las funciones con las cuales se guía los mecanismos de transición en el proceso de optimización hace que el algoritmo camine por diferentes regiones del espacio discreto; sin embargo, aunque estos

procesos poseen características exploratorias y aleatorias, es importante realizar de alguna manera un control sobre la forma que se hacen los movimientos, contando con medidas que brinden información alrededor de la solución en estudio generando estrategias que no dejen al método atrapado en óptimos locales; de igual manera se debe prestar especial atención a no generar conflictos de orden matemático con las diferentes subrutinas que pueda contener el método y escoger una adecuada estructura de vecindad [16] que permita una exploración eficiente de las regiones discretas de alta calidad.

Por otra parte, se debe iniciar el proceso de optimización en puntos que contienen atributos importantes ubicados en las regiones más atractivas del espacio discreto del problema, desarrollando poblaciones iniciales de alta calidad con base en herramientas matemáticas propias del modelo. Investigaciones recientes muestran que al desarrollar sistemas especializados para identificar atributos importantes del problema a resolver, se guía el proceso por regiones donde se encuentran soluciones de muy alta calidad. La naturaleza determinística de los algoritmos, que se define en las reglas de los mecanismos de transición, permite que los procesos evolucionen hacia soluciones de alta calidad donde se identifican gran porcentaje de los atributos que pertenecen a la solución óptima del problema; este paso inicial permite plantear la siguiente conjetura: ***encontrar las soluciones óptimas de un conjunto de variables contenidas en el problema de optimización permite dividir el espacio discreto en regiones atractivas donde el algoritmo B&B puede trabajar de manera mas eficiente permitiendo que alcance soluciones de alta calidad con menor esfuerzo computacional y en casos especiales logrando la convergencia total del problema al contar con un espacio discreto reducido donde se encuentra la solución óptima global del problema.***

Esta hipótesis abre las puertas para realizar nuevas investigaciones en el campo de los métodos exactos brindando herramientas matemáticas convencionales a estos métodos y a sistemas lineales de optimización discreta. Si en un sistema lineal se conocen las soluciones de las variables de estado se tiene resuelto el problema; de igual manera, si en una matriz de un modelo lineal se conoce la solución de una variable se obtiene una matriz reducida para el sistema. Haciendo una analogía con sistemas de optimización lineales, si se conoce la solución de algunas variables que pertenecen a la solución óptima del problema, fijar estas variables en estos valores permite reducir la región discreta del espacio de soluciones que se debe explorar sin afectar la región que contiene la solución óptima del problema. Aunque los resultados en este campo se fundamentan en procesos estadísticos que favorecen las variables de mejor comportamiento en los procesos de búsqueda, los resultados que se obtienen en diferentes sistemas de prueba, en los cuales se conoce la solución óptima global, muestran que los métodos de búsqueda logran identificar un gran porcentaje de componentes de la solución óptima del problema de planeamiento que se quiere resolver, lo cual da probabilidades muy altas de estar realizando correctamente estas pruebas.

El trabajo se presenta de la siguiente manera. En el capítulo 2 se formulan los modelos de planeamiento de la expansión de sistemas eléctricos de transmisión, las medidas de sensibilidad que se pueden obtener a partir de estos modelos y una descripción de las técnicas de solución exactas y aproximadas que permiten resolver el problema.

El capítulo 3 presenta la descripción de los algoritmos B&B, GRASP y SA. De igual manera se da una propuesta intermedia entre los dos métodos con la cual se puede observar conjuntos especiales de variables que hacen parte del proceso de optimización y se pueden usar para *recortar* en gran medida el espacio discreto que explora el algoritmo B&B (y en general cualquier método exacto) permitiendo que explore regiones reducidas de gran calidad que poseen probabilidades muy altas de contener la solución óptima global del problema de planeamiento. Estos ajustes tienen como finalidad mejorar el desempeño y proceso de convergencia del algoritmo.

En el capítulo 4, se muestran los resultados experimentales obtenidos con los sistemas de prueba utilizados. En este trabajo se seleccionaron como sistemas de prueba el sistema de Garver de 6 nodos y 15 líneas, el sistema sur brasilero de 46 nodos y 79 líneas candidatas con y sin redespacho de las capacidades de generación, el sistema colombiano de 93 nodos y 155 líneas candidatas. Se analiza la calidad de los resultados que se obtienen. Adicionalmente se usa el sistema Norte- Nordeste brasilero de 87 nodos y 183 líneas candidatas obteniendo resultados para el modelo de transportes.

Las conclusiones del trabajo se presentan en el capítulo 5.

En el apéndice A, se presentan los datos de los sistemas de prueba.

En el apéndice B se anexan los artículos que fueron desarrollados durante la ejecución de la presente tesis de maestría.

## Capítulo 2

# MODELOS DE PLANEAMIENTO ESTÁTICO DE SISTEMAS TRANSMISIÓN, MEDIDAS DE SENSIBILIDAD Y TÉCNICAS DE SOLUCIÓN

### 2.1. INTRODUCCIÓN

El planeamiento a largo plazo de la expansión de sistemas eléctricos de transmisión es un problema que determina el número de componentes que se deben instalar sobre un sistema base existente, con el fin de satisfacer las proyecciones de demanda y generación en un periodo futuro considerado como horizonte de planeamiento.

El problema de planeamiento pertenece al conjunto de problemas denominados NP-completos de difícil solución matemática que poseen el fenómeno de explosión combinatorial por el elevado número de alternativas posibles, contenidas en el espacio discreto de soluciones. Adicionalmente, la complejidad del problema aumenta al considerar las siguientes características:

- a) El número de horizontes de planeamiento
- b) La cantidad de circuitos en paralelo que puede tener un corredor de transmisión
- c) El número de nodos desconectados en el sistema en el horizonte de planeamiento
- d) El crecimiento de la demanda y la generación en el horizonte de planeamiento
- e) Las incertidumbres asociadas de los valores previstos en los comportamientos de la demanda

El planeamiento de un sistema eléctrico de potencia generalmente tiene dos grandes dificultades: partes desconectadas o nodos o conjuntos de nodos aislados en el sistema y líneas y/o transformadores sobrecargados. Bajo estas condiciones un flujo de carga no converge y en consecuencia se debe tener especial cuidado en la selección del modelo. Las primeras investigaciones en el tema se desarrollaron usando modelos que consideran un conjunto de ecuaciones del modelo ideal y en consecuencia disminuyen la complejidad matemática asociada al problema [19,33]; estos modelos se denominan modelos relajados, y sirven de base para estudios y desarrollo de nuevas metodologías de solución. Propuestas de modelos relajados para

resolver el problema de planeamiento incluyen el modelo de transportes y el modelo híbrido, los cuales en sistemas de potencia de gran complejidad, son de difícil solución matemática. Otras propuestas obtienen versiones con modelos de características lineales por medio de transformaciones matemáticas, entre las que se encuentra el modelo lineal disyuntivo[3], que puede servir de referencia para evaluar la complejidad de diferentes problemas de prueba cuando se utilizan técnicas de solución exactas, como en este estudio que utiliza el algoritmo Branch and Bound [6,24]. La solución que se encuentra al resolver el modelo lineal disyuntivo es la misma solución del modelo ideal para planeamiento estático de sistemas de transmisión.

## 2.2. MODELOS USADOS EN EL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO

### 2.2.1. Modelo de transportes

La representación del modelo de transportes solo tiene en cuenta la aplicación de la primera ley de Kirchhoff en todos los nodos del sistema de potencia y para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se formula según (2.1).

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\
 \text{s.a} \quad & \\
 & Sf + g = d \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) f_{ijmax} \\
 & 0 \leq g \leq g_{max} \\
 & 0 \leq n_{ij} \leq n_{ijmax} \\
 & n_{ij} \text{ entero} \\
 & f_{ij} \text{ real}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Descripción de las variables:

|             |  |
|-------------|--|
| $c_{ij}$    | costo de adicionar una línea o un transformador entre los nodos $i-j$                      |
| $n_{ij}$    | número de líneas adicionadas entre los nodos $i-j$   |
| $n_{ij}^0$  | número de líneas existentes entre los nodos $i-j$ en el sistema base o problema a resolver |
| $S$         | matriz incidencia nodo rama del sistema  |
| $f_{ij}$    | flujo en la rama $i-j$   |
| $f_{ijmax}$ | flujo máximo permitido en la rama $i-j$  |
| $g$         | vector de generación nodal   |
| $g_{max}$   | vector de máxima capacidad de generación nodal   |
| $d$         | vector de demanda nodal  |

En este modelo, se tiene un problema de programación entera mixta (PLEM) que puede ser resuelto por algoritmos exactos como Branch and Bound, enumeración implícita, cortes de Benders. Sin embargo, si el problema de planeamiento es complejo puede requerirse de sistemas sofisticados en manejo de memoria y amplio conocimiento en programación para resolver el problema además de tener elevados esfuerzos computacionales en el proceso de solución. El inconveniente mas grande parte de la concepción de los métodos ya que en estos se construyen bases de datos dinámicas que almacenan el camino que sigue el algoritmo realizando procesos de enumeración. Este inconveniente puede apreciarse mejor en la siguiente comparación: si un problema posee 64 variables binarias el número de posibles soluciones del problema es  $2^{64}$ , lo cual constituye una cantidad muy grande de alternativas. En los problemas de planeamiento de sistemas de transmisión se tiene casos en los cuales el número de alternativas es del orden de  $2^{620}$  como el sistema de prueba colombiano 2012 que se utiliza en este estudio.

El modelo de transportes fué formulado por Garver [19], siendo la primera propuesta para el planeamiento de redes de transmisión que utiliza programación lineal y que actualmente, sirve de base para evaluar la complejidad de cualquier sistema de prueba así como herramienta de desarrollo de nuevas propuestas para adaptarlas al problema de planeamiento, razón por lo cual se utiliza ampliamente en muchas investigaciones.

### 2.2.2. Modelo DC

El modelo ideal para representar el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se formula como un problema de optimización matemática cuya función objetivo consiste en minimizar la inversión en el sistema de potencia en un horizonte de planeamiento para satisfacer un crecimiento especificado de generación y demanda, sujeto a las condiciones de un flujo de carga DC y los límites de operación en los elementos del sistema; en términos matemáticos, el modelo DC se formula como en (2.2).

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{k \in I'} r_k \\
 \text{s.a} \quad & Sf + g + r = d \\
 f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) &= 0 \\
 |f_{ij}| &\leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) f_{ij\max} \\
 0 &\leq r \leq d \\
 0 &\leq g \leq g_{\max} \\
 0 &\leq n_{ij} \leq n_{ij\max} \\
 n_{ij} &\text{ entero} \\
 f_{ij} &\text{ real} \\
 \theta_j &\text{ real}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$



- $\gamma_{ij}$  susceptancia de la rama  $i-j$
- $r$  vector de generación artificial usado para estabilizar los problemas de operación en el flujo de carga
- $\theta$  vector de tensiones nodales
- $\alpha$  parámetro de penalización que se asocia a la demanda no atendida en el sistema por insuficiencia de la red de transmisión

El modelo DC para planeamiento estático de la expansión de la transmisión, considera que el problema recibe una única inversión de capital al inicio del horizonte de planeamiento.

Como se observa en (2.2), se tiene un problema de programación no lineal con variables enteras y reales (PNLEM) de difícil solución matemática.

El segundo término de la función objetivo penaliza la potencia no suministrada (PNS) por el sistema (una medida de racionamiento) a los nodos de carga haciendo poco atractivas propuestas de inversión con valores de  $r_k$  diferentes de cero en el proceso de optimización [30]. De igual manera, permite que el problema siempre sea factible pues las sobrecargas en el sistema, que eventualmente aparecen en el proceso de solución, son compensadas por los generadores artificiales conectados a los nodos donde existe demanda permitiendo la convergencia de los flujos de carga. Al incluir las variables  $r_k$  se obtiene un problema de mayor tamaño pero es muy conveniente usarlas cuando se usan algoritmos aproximados como Simulated Annealing [1,30], Algoritmos Genéticos [16,17], Busca Tabú [16,18,20,21], GRASP [4,12,13], Colonias de hormigas [8] entre otros, para construir propuestas de inversión del problema de planeamiento, las cuales desde el punto de vista matemático siempre van a ser factibles.

Los conjuntos de ecuaciones que representan las restricciones del problema corresponden a las dos leyes de Kirchhoff aplicadas en todo el sistema eléctrico, las condiciones máximas de transmisión en líneas, generación y componentes del sistema.

Otra representación muy útil para el modelo DC se describe en (2.3) y sirve de base para desarrollos matemáticos con los que se puede obtener medidas muy significativas que orientan los procesos de solución en algoritmos de tipo combinatorial y se denominan medidas de sensibilidad.

$$\begin{aligned}
Min v &= \sum c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum r_i \\
s.a. \\
B(x + \gamma^o) \theta + g + r &= d \\
(x_{ij} + \gamma_{ij}^o) |\theta_i - \theta_j| &\leq (x_{ij} + \gamma_{ij}^o) \phi_{ij} \\
0 \leq g &\leq g_m \\
0 \leq r &\leq d \\
0 \leq n_{ij} &\leq n_{ij \max}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

$c_{ij}$  es el costo de adicionar una línea entre los nodos  $i-j$ ,  $x_{ij}$  es la susceptancia en la rama  $i-j$ ,  $B(.)$  es la matriz de susceptancias,  $\gamma^o$  es el vector de susceptancias iniciales con elementos  $\gamma_{ij}^o$ ,  $n_{ij}$  es el número de líneas adicionadas entre los nodos  $i-j$ ,  $n_{ij} = x_{ij} / \gamma_{ij}$ , donde  $\gamma_{ij}$  es la susceptancia de los nuevos circuitos,  $\phi_{ij}$  se define como  $f_{ij} / \gamma_{ij}$ , donde  $f_{ij}$  es el flujo máximo permitido en la rama  $i-j$ .  $d$  es el vector de demanda,  $g$  es el vector de generación,  $g_m$  es el vector de máxima capacidad de generación,  $r$  es el vector de generación ficticia y  $\alpha$  el parámetro de penalización asociado con pérdidas de carga producidas por insuficiencia en la capacidad de transmisión.

### 2.2.3. Modelo híbrido

La representación del modelo híbrido tiene en cuenta la aplicación de la primera ley de Kirchhoff en todos los nodos del sistema de potencia, y la aplicación de la segunda ley de Kirchhoff solo en la topología base. De igual manera, la solución óptima de dicho modelo al evaluarse en (2.1) no cumple las condiciones del flujo de carga y se obtiene un valor de PNS en  $r$ .

La representación del modelo híbrido para el problema de planeamiento asume la forma (2.4), donde se tiene un problema de programación no lineal entero mixto (PNLEM) que todavía es muy complejo.

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k \\
\text{s.a} \quad & Sf + g + r = d \\
& f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_I \\
& |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) f_{ijmax} \\
& 0 \leq r \leq d \\
& 0 \leq g \leq g_{max} \\
& 0 \leq n_{ij} \leq n_{ijmax} \\
& n_{ij} \text{ entero} \\
& f_{ij} \text{ real} \\
& \theta_j \text{ real}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Dado que las herramientas para resolver este tipo de problemas se encuentran en desarrollo, se puede usar el modelo híbrido lineal, formulado en (2.5); este modelo representa un PLEM y puede resolverse por técnicas de programación entera. Con este modelo es posible obtener una solución de mejor calidad que la que se encuentra con el modelo de transportes para satisfacer las condiciones del flujo de carga.

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\
\text{s.a} \quad & S_I f^I + S_0 f^0 + g = d \\
& f_{ij}^0 - \gamma_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_I \\
& |f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 f_{ijmax} \quad \forall (i,j) \in \Omega_I \\
& |f_{ij}^I| \leq n_{ij} f_{ijmax} \quad \forall (i,j) \in \Omega \\
& 0 \leq g \leq g_{max} \\
& 0 \leq n_{ij} \leq n_{ijmax} \\
& n_{ij} \text{ entero} \\
& f_{ij} \text{ real} \\
& \theta_j \text{ real}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

#### 2.2.4. Modelo lineal disyuntivo

El modelo lineal disyuntivo se obtiene al transformar el modelo DC, que se puede considerar un problema no lineal cuadrático con variables binarias y reales, en un problema lineal con variables binarias y reales separando los términos cuadráticos en

relaciones lineales [3]. Esto se logra al incorporar al problema un parámetro  $M$  de valor muy grande como se representa en (2.6).

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} y_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k \\
\text{s.a} \quad & S_i f^I + S_0 f^0 + g + r = d \\
& f_{ij}^0 - \gamma_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_i \\
& |f_{ij}^I - \gamma_{ij}^I (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - y_{ij}) \\
& |f_{ij}^0| \leq f_{ijmax} \\
& |f_{ij}^I| \leq y_{ij} f_{ijmax} \\
& 0 \leq g \leq g_{max} \\
& 0 \leq r \leq d \\
& y_{ij} \text{ binario} \\
& f_{ij} \text{ real} \\
& \theta_j \text{ real}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

$y_{ij}$  es la variable de decisión que representa un circuito conectado entre el camino  $i-j$ . La inclusión del parámetro *Big M*, permite en el modelo que la restricción de la segunda ley de Kirchhoff asociada a la variable binaria que se encuentra en el valor 1 se incluya en el flujo de carga, y para las variables binarias que tienen el valor 0, la restricción es redundante.

En este modelo se puede observar el número de posibilidades o configuraciones de planeamiento que posee un sistema de prueba; en el sistema colombiano 2012 con 155 líneas candidatas se tiene la posibilidad de reforzar cada camino de transmisión con 4 circuitos obteniendo 620 variables binarias y  $2^{620}$  opciones diferentes de planeamiento.

Adicionando las variables de generación, tensiones nodales, flujos de potencia por cada circuito además de las restricciones de flujo de carga y capacidad de transmisión, se obtiene un espacio discreto de soluciones que en primera instancia es muy complejo y convierten el problema en tipo NP-completo.

En el modelo lineal disyuntivo se debe determinar adecuadamente el valor del parámetro  $M$  en cada una de las restricciones para el sistema que se quiere resolver y esto da características heurísticas adicionales al problema de planeamiento; el parámetro  $M$  se debe ajustar realizando un conjunto de pruebas de ensayo y error que aseguren el buen funcionamiento del flujo de carga del sistema.

### **2.3. MEDIDAS DE SENSIBILIDAD Y TÉCNICAS DE SOLUCIÓN PARA RESOLVER LOS MODELOS DE PLANEAMIENTO**

En el problema de la expansión de la capacidad de transmisión de un sistema eléctrico de potencia con un único horizonte de planeamiento, se tiene una configuración base de líneas y/o transformadores existentes y se busca satisfacer la demanda de potencia sin tener en cuenta el instante de tiempo, en otras palabras, la decisión final de las inversiones que se deben realizar para satisfacer la demanda futura, se aplica al inicio del periodo. En el proceso de solución se van construyendo configuraciones o propuestas de inversión que se deben adicionar al sistema base hasta finalmente atender las condiciones de demanda o por lo menos, una gran parte de ella; sin embargo, la construcción de las propuestas de inversión debe hacerse usando información contenida en el sistema, procurando minimizar la función objetivo. En este punto se encuentra gran dificultad porque en primera instancia, se puede pensar que al incluir en la propuesta circuitos o elementos con costos bajos, la inversión total del plan de expansión será menor, pero la realidad es diferente, incluir líneas de bajo costo implica incluir una mayor cantidad de elementos al sistema lo que eventualmente eleva significativamente las inversiones. Es preciso entonces, encontrar puntos de equilibrio entre el número de elementos de bajo costo con el número de elementos de alto costo, ya que estos pueden transportar mayor cantidad de potencia, aunque sean mas costosas. En el largo plazo cualquier plan de expansión favorece los elementos que permiten obtener grandes troncales o autopistas de transmisión aprovechando las economías de escala de las grandes inversiones que se asocian para resolver el problema.

El proceso de incluir líneas y/o transformadores en el sistema eléctrico genera un impacto que se puede medir en la inversión, el racionamiento, las sobrecargas en el sistema o directamente en las variables duales de las restricciones del problema partiendo de medidas de sensibilidad asociadas a la función objetivo del modelo de optimización. Desde un punto de vista matemático, estas medidas se pueden hacer en una configuración o propuesta de inversión que tiene asociado un punto en el espacio discreto de soluciones del sistema eléctrico y permiten desarrollar a su vez, algoritmos muy sencillos pero muy potentes para explorar alrededor el espacio discreto alrededor de la propuesta.

A continuación se describen varios algoritmos con los cuales es posible resolver los modelos de planeamiento. Inicialmente se explican algoritmos que usan medidas de sensibilidad que se pueden usar para guiar los procesos de construcción de propuestas de inversión en el sistema; luego los métodos exactos que encuentran la solución óptima del problema y por último los métodos combinatoriales; de cada metodología se muestran sus fortalezas y debilidades.

### 2.3.1. Algoritmos Heurísticos Constructivos

- **Algoritmo de Garver**

Consiste en permitir que las variables  $n_{ij}$  en (2.1) sean continuas obteniendo un problema de programación lineal como se formula en (2.7).

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.a} \quad & Sf + g = d \\ & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) f_{ij\max} \\ & 0 \leq g \leq g_{\max} \\ & 0 \leq n_{ij} \leq n_{ij\max} \\ & n_{ij} \text{ real} \\ & f_{ij} \text{ real} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Garver propone que la línea con mayor valor  $n_{ij}f_{ij\max}$  que se obtiene después de resolver (2.7) se adicione al sistema de potencia [19]. De manera iterativa el proceso se repite hasta que la solución en (2.7) de todas las variables  $n_{ij}$  es cero.

Históricamente, esta es la primera propuesta que usa modelos de PL para resolver el problema de planeamiento. Como se puede apreciar una de las grandes ventajas del algoritmo de Garver es la simplicidad en la implementación computacional puesto que solo requiere de la solución iterativa de problemas de programación lineal; el inconveniente del método, es que la solución que se alcanza en sistemas de prueba de mediana y alta complejidad presenta racionamiento y no cumple las condiciones del modelo ideal.

- **Algoritmo de mínimo esfuerzo**

Construye una configuración que es factible para el modelo DC (2.2). En cada paso del algoritmo se resuelve un flujo de carga DC (2.8) y no se tiene en cuenta restricciones de transmisión en los elementos del sistema [26].

$$\begin{aligned}
min w &= \sum_i r_i \\
s.a. \\
B\theta + g + r &= d \\
0 \leq g &\leq g_{max} \\
0 \leq r &\leq d \\
\theta_j &irrestringido
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Luego de evaluar (2.8) se observan los flujos de potencia por los caminos de transmisión. Si existe sobrecarga en el sistema, se calculan los indicadores de sensibilidad de mínimo esfuerzo (2.9).

$$IS_{ij}^{me} = \frac{I}{2} (\theta_i - \theta_j)^2 \gamma_{ij} \tag{2.9}$$

Los indicadores de sensibilidad pueden incluir el costo del circuito dividiendo  $IS_{ij}/c_{ij}$ . El circuito de mayor medida de sensibilidad se adiciona al sistema y el proceso se repite hasta que desaparecen las sobrecargas en el sistema de transmisión.

El gran problema que se presenta en la implementación del algoritmo, es que si existen nodos aislados, es decir, no conectados, el modelo matemático de flujo de carga obtiene matrices que no se pueden invertir para resolver el problema de programación lineal y en consecuencia el problema bajo esta óptica no tiene solución; la dificultad se supera superponiendo en el sistema una red ficticia con líneas y/o transformadores de susceptancias muy bajas, del orden de la diez milésima parte de una susceptancia normal, a aquellos caminos que no tienen líneas pero que pueden tenerlas en el plan de expansión. Valores bajos de susceptancias, impiden que se transporten grandes cantidades de potencia, y aunque es una modificación de la topología original el cambio no tiene el impacto suficiente para variar los resultados de un flujo de carga.

- **Algoritmo de mínimo corte de carga**

Construye una configuración que es factible para el modelo DC (1). En cada paso del algoritmo se resuelve un flujo de carga DC que se formula como en (2.10).

$$\begin{aligned}
min w &= \sum r_i \\
s.a. \\
B\theta + g + r &= d \\
|\theta_i - \theta_j| &\leq \frac{f_{ijmax}}{\gamma_{ij}^{eq}} \\
0 \leq g &\leq g_{max} \\
0 \leq r &\leq d \\
\theta_j &irrestringido
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Se usan generadores artificiales con los que se mide el valor de potencia no suministrada (PNS) en los nodos del sistema eléctrico por insuficiencia de la red de transmisión [28] con base en la expresión (2.11).

$$IS_{ij}^{mcc} = -(\theta_i - \theta_j)(\pi_i - \pi_j) \tag{2.11}$$

De igual manera que en el algoritmo de mínimo esfuerzo, es necesario superponer una red ficticia en el sistema para garantizar la conectividad en los nodos. En este modelo aunque el flujo de carga converge sin necesidad de la red ficticia se hace necesario identificar los caminos de transmisión aislados.

El circuito de mayor medida de sensibilidad se adiciona al sistema y el proceso se repite hasta que desaparece el racionamiento en el sistema.

De igual manera que en el algoritmo de mínimo esfuerzo, el indicador de sensibilidad puede ser dividido por  $c_{ij}$ .

- **Algoritmo de Garver Villasana**

Es una extensión de la metodología propuesta por Garver, adicionando la segunda ley de Kirchhoff a la configuración base que se analiza [33] usando la formulación (2.12).



$$\begin{aligned}
minv &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\
s.a. \\
B_i \theta_i + S f + g &= d \\
|\theta_i - \theta_j| &\leq \varphi_{ijmax} \quad \forall_{(i,j)} \in \Omega_I \\
|f_{ij}| - (n_{ij} + n_{ij}^0) f_{ijmax} &\leq 0 \quad \forall_{(i,j)} \in \Omega \\
0 &\leq g \leq g_{max} \\
0 &\leq r \leq d \\
f_{ij} &irrestringido \\
\theta_j &irrestringido
\end{aligned} \tag{2.12}$$

La configuración que se obtiene usando el algoritmo de Garver Villasana es factible para el modelo DC ya que durante el proceso iterativo el circuito de mayor sensibilidad  $n_{ij} f_{ijmax}$  que se adiciona al sistema cumple la segunda ley de Kirchhoff.

- **Algoritmo híbrido I**

Es una propuesta modificada del modelo híbrido, con la cual se construyen configuraciones factibles para el modelo híbrido [11]. Se usa la representación que se muestra en (2.13).

$$\begin{aligned}
minv &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\
s.a. \\
S f + S^0 f^0 + g &= d \\
f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) &= 0 \\
|f_{ij}^0| - n_{ij}^0 f_{ijmax} &\leq 0 \\
|f_{ij}| - n_{ij} f_{ijmax} &\leq 0 \\
0 &\leq g \leq g_{max} \\
0 &\leq n_{ij} \leq n_{ijmax} \\
f_{ij} &irrestringido \\
\theta_j &irrestringido \\
n_{ij} &real
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Durante el proceso iterativo se adiciona al sistema el camino de transmisión con mayor valor  $n_{ij}f_{ijmax}$  y la configuración que se obtiene es factible para el modelo híbrido.

- **Algoritmo híbrido II**

Es otra versión del modelo híbrido y se formula como en (2.14).

De igual manera que en la versión anterior, se adiciona al sistema el camino de transmisión con mayor valor  $n_{ij}f_{ijmax}$  y la configuración que se obtiene es factible para el modelo híbrido [11]. Históricamente, los algoritmos híbridos se usaron desarrollando poblaciones iniciales que inician algoritmos genéticos especializados para resolver el plan coordinado de la expansión en múltiples etapas alcanzando las mejores soluciones que se conocen hasta el momento de los sistemas colombiano 2005- 2009-2012 y norte nordeste brasilero 2002-2008 los cuales poseen  $2^{1860}$  y  $2^{2196}$  posibilidades de planeamiento [9,10,11].

$$\begin{aligned}
minv &= \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \\
s.a. \\
Sf + S^0 f^0 + S' f' + g &= d \\
f_{ij}^0 - \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) &= 0 \\
|f_{ij}^0| - n_{ij}^0 f_{ijmax} &\leq 0 \\
|f_{ij}| - n_{ij} f_{ijmax} &\leq 0 \\
|f_{ij}'| - n_{ij}' f_{ijmax} &\leq 0 \\
0 \leq g &\leq g_{max} \\
0 \leq n_{ij} &\leq n_{ijmax} \\
f_{ij} &irrestringido \\
\theta_j &irrestringido
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Los algoritmos heurísticos constructivos son procedimientos paso a paso que son guiados por un indicador de sensibilidad y que una vez que encuentran una solución que no puede ser mejorada usando los indicadores de sensibilidad dan por terminado el proceso. Quedan atrapados fácilmente en óptimos locales y no poseen mecanismos para escapar de estos óptimos locales. Los algoritmos heurísticos constructivos permiten construir propuestas de muy buena calidad para resolver el problema de planeamiento sin ser necesariamente la óptima. Además, las configuraciones que alcanzan, ***internamente contienen gran porcentaje de elementos de la solución óptima del problema***, y de estos algoritmos se pueden obtener herramientas muy potentes para guiar otro tipo de metodologías, como las metaheurísticas o

combinatorias que poseen mecanismos para escapar de óptimos locales, permitiéndoles que exploren en espacios discretos reducidos que contienen soluciones de mejor calidad sin renunciar a encontrar el óptimo global.

En los métodos combinatoriales, los algoritmos heurísticos constructivos se usan para construir poblaciones de elementos con diferentes grados de diversidad que se ubican en las regiones discretas atractivas del sistema en estudio para disminuir en gran medida, la información que se debe procesar en este tipo de problemas. Sin embargo, por sí solos, los algoritmos heurísticos no tienen la capacidad de encontrar las soluciones óptimas de sistemas complejos pues cualquier movimiento que hacen alrededor de la solución en estudio, depende de información local con características de la subregión que explora y no del espacio discreto total del problema el cual es muy extenso, por lo cual no cuenta con suficiente información para alcanzar soluciones de carácter óptimo global.

### 2.3.2. Métodos de Optimización Clásica

Uno de los modelos de mayor aceptación para resolver el problema de planeamiento de sistemas eléctricos de transmisión es el modelo DC; sin embargo, resolver este problema en sistemas de mediano y gran tamaño envuelve una gran complejidad matemática, que impulsa a los investigadores en todo el mundo a encontrar metodologías adecuadas que resuelvan el modelo, que es en esencia, un problema de programación no lineal entero mixto.

Bajo esta óptica, uno de los primeros métodos propuestos fue la descomposición de Benders [31] la cual divide el problema en dos subproblemas: un subproblema de inversión y un subproblema de operación.

- **Subproblema de inversión:** En esta parte del método, se determina el costo de inversión asociado con la adición de uno o más elementos.
- **Subproblema de operación:** Con el plan de inversiones generado en el subproblema de inversión, se determina las condiciones bajo las cuales opera el sistema.

En otros términos, en el subproblema de operación, se determinan los elementos necesarios para que el sistema opere bajo condiciones normales y en el caso de presentarse una necesidad o una violación de alguna de las restricciones, se envía esa necesidad al subproblema de inversión, quien es el que toma la decisión de qué elementos se deben adicionar a la topología base. Una vez se encuentra la nueva configuración, esta se le informa al problema de operación, quien evalúa las condiciones de operación y determina la necesidad de nuevos elementos.

Para determinar las variables de inversión, el método resuelve un problema de programación entera con base en un algoritmo de enumeración implícita de Balas [32], transformando las variables de inversión del problema de planeamiento en variables binarias.

El método de descomposición de Benders y sus posteriores modificaciones, encontraron las soluciones óptimas para sistemas como Garver de 6 nodos y 15 líneas y el sistema Sur brasileiro de 46 nodos y 79 líneas, sin embargo, para problemas grandes como el sistema eléctrico colombiano 2012 de 93 nodos y 155 líneas y el sistema Norte-Nordeste brasileiro, de 87 nodos y 183 líneas, el sistema no converge al generar gran cantidad de cortes que dificultan el procesamiento y almacenamiento de los datos.

El método Branch and Bound, siguiendo un proceso enumerativo, genera restricciones que dividen y limitan el espacio discreto y encuentra la solución óptima de problemas de optimización lineal entera mixta (PLEM). Al usar esta metodología en problemas de planeamiento de sistemas de transmisión [6,24], se encuentra la solución óptima de sistemas de mediano tamaño usando los modelos de transportes e híbrido lineal; sin embargo, al tratar de resolver el sistema de prueba norte-nordeste brasileiro, el método no alcanza convergencia. Este método se presenta en el capítulo 3 donde se discuten sus fortalezas y debilidades al usarlo para resolver los sistemas de prueba que se utilizan en el presente trabajo.

Existen otras metodologías con las cuales resolver problemas PLEM, entre las cuales se puede nombrar el método de cortes de Gomory [3], y en términos generales, no logran resolver el modelo de planeamiento de sistemas de transmisión en sistemas de alta complejidad. A causa de esta gran dificultad se abre el campo de investigación hacia métodos de búsqueda de soluciones de muy alta calidad, tal vez muy cercanas a la solución óptima, usando métodos de optimización combinatorial. La ventaja de estos métodos radica en que, aunque no garantizan la obtención de la solución óptima del problema, el esfuerzo computacional que se requiere para hallar soluciones de muy alta calidad es bajo ya que combinan exploración con explotación del espacio discreto del problema de optimización, evolucionando con base en reglas tomadas de procesos que funcionan en la naturaleza.

### **2.3.3. Métodos de Optimización Combinatorial (Metaheurísticas)**

Los métodos de optimización combinatorial aparecieron como estrategia para resolver problemas matemáticos muy complejos, que no pueden ser resueltos por los métodos de optimización exacta, especialmente en áreas como las ingenierías, las matemáticas, las ciencias de la computación, presentando cada área, casos reales y de aplicación que resultan muy interesantes de analizar.

Por otro lado, en la literatura especializada, existen conjuntos de problemas de optimización combinatorial, que sirven como sistemas de prueba para cuantificar y medir la eficacia de los algoritmos combinatoriales; problemas como el Agente Viajero, Asignación Cuadrática, Asignación de Rutas, Calendario de Actividades, son problemas clásicos que muchos investigadores utilizan en sus estudios, ya que su comprensión y aplicación es muy general y transversal a cualquier disciplina.

En el caso del agente viajero en especial, se tiene un conjunto de ciudades las cuales un vendedor debe visitar con las siguientes dos restricciones:

- a) Debe visitar todas las ciudades
- b) No puede pasar por una misma ciudad dos o más veces

minimizando ya sea el costo total del recorrido o la distancia total; ahora, si los caminos recorridos no son simétricos, es decir, el costo asociado para ir de la ciudad  $i$  a la ciudad  $j$  es diferente al costo de ir desde la ciudad  $j$  hasta la ciudad  $i$  se dice que el problema es no simétrico, y si adicional a eso, el punto donde inicia el vendedor su itinerario tiene un costo diferente, el problema se vuelve más complejo. Si  $n$  es el número de ciudades, entonces el número de posibilidades viene dada por la expresión  $2^n$  y por ejemplo para un recorrido de 50 ciudades, con un computador que pueda analizar un millón de estas posibilidades por segundo, en un proceso de enumeración implícita, se necesitaría más de 35 años para evaluar todas las posibilidades y encontrar la respuesta, y eso sin mencionar, el espacio de memoria que se necesita para almacenar los recorridos.

Las implicaciones que tiene el problema del agente viajero, y las conclusiones que se pueden lograr con la implementación de un algoritmo que realice la búsqueda en el espacio de soluciones, de forma indiscutible, sirven para la implementación en otro tipo de problemas, como es el caso del plan de expansión de sistemas de transmisión.

En la solución de este tipo de problemas, se puede escoger una de dos alternativas, escoger un método de optimización exacto, que eventualmente encuentre la solución óptima del problema, o escoger un algoritmo combinatorial que encuentra soluciones subóptimas. En esta perspectiva, parecería ser que el método de optimización exacto es el recomendado, sin embargo, como se vió en el problema del agente viajero para un sistema de 50 ciudades, se requeriría mucho tiempo, con el consecuente consumo de recursos informáticos y con una altísima probabilidad que no converja, llegando apenas a soluciones de baja calidad.

En consecuencia quedan los algoritmos combinatoriales, que aunque no garantizan que encuentran la solución óptima de los problemas, exploran de forma inteligente el espacio de soluciones con tiempos de cómputo razonables, y pueden hallar respuestas de muy alta calidad, y eventualmente pueden encontrar la solución óptima.

Adicionalmente, existen algoritmos de propósito general y algoritmos de propósito especializado; en el caso de los algoritmos de propósito general, estos se pueden aplicar de forma directa sobre casi cualquier tipo de problema de optimización combinatorial, y por esa razón, algunos autores los denominan algoritmos independientes; los algoritmos de propósito especializado, se desarrollan en torno a una aplicación particular, y los desarrollos que se alcancen, dependen profundamente del conocimiento de las características y propiedades del problema a resolver.

Algoritmos combinatoriales heurísticos de propósito general y que han mostrado excelentes desempeños son por ejemplo Simulated Annealing [1,30], Búsqueda Tabú [20,21], GRASP [12,13], Algoritmos Genéticos [17] y Algoritmos de Aprendizaje Reforzado [8] entre otros; sin embargo, cuando son implementados a problemas específicos como el problema de expansión de la capacidad de transmisión de un sistema eléctrico, los subsecuentes desarrollos dentro de estos algoritmos generales, los van convirtiendo en algoritmos especializados.

El algoritmo Simulated Annealing copia la propiedad que tiene la naturaleza para formar sólidos cristalinos perfectos; los fundamentos físicos se encuentran en la termodinámica y más propiamente en la mecánica estadística; en esencia, se tiene un sólido al cual se le eleva la temperatura a un valor muy alto, lo que ocasiona que las moléculas de la estructura rompan sus enlaces y se muevan de forma aleatoria y errática, luego y de forma muy gradual y paulatina se va dejando enfriar, lo que reduce la energía cinética de las moléculas, permitiendo que se vayan organizando de nuevo, en estructuras simétricas, lo que conlleva a la obtención de una estructura cristalina de muy alta calidad.

El algoritmo GRASP a su vez, evoluciona de los algoritmos heurísticos constructivos aportando mayor información a la vecindad de la solución que se explora generando listas de opciones dinámicas que se obtienen del espacio discreto de soluciones.

Por su parte el algoritmo genético, copia la habilidad que tiene la naturaleza en preservar las mejores cualidades de algunas de sus especies; se basa en el principio de la selección natural del Charles Darwin, quien establece que las especies con atributos mejor adaptados, son las que tienen mayor probabilidad de supervivencia y éxito, y por selección, estas cualidades se transmiten de una generación a otra.

El algoritmo Tabú, se basa en reglas generadas usando técnicas de inteligencia artificial, el método consiste en la exploración de regiones con grandes probabilidades de tener soluciones de alta calidad y generando listas con memorias de corto y largo plazo, que impiden que ciertos atributos se conserven durante un número determinado de iteraciones, guiando el proceso de optimización a explorar las regiones de mas alta calidad del problema.

Entre los algoritmo de aprendizaje reforzado, que igualmente hacen parte de los algoritmos de inteligencia artificial, se destaca el método denominado Colonia de

Hormigas (Ant-Q); el algoritmo Ant-Q [8], inspirado igualmente en la naturaleza, copia la habilidad que tienen las hormigas para encontrar su alimento dentro de su hábitat, aún siendo prácticamente ciegas, la ventaja que tienen las hormigas es su número, la capacidad para realizar exploraciones selectivas y la capacidad para informar a individuos de la misma clase, la calidad y dirección del alimento encontrado.

En el problema del plan óptimo de expansión de la capacidad de transmisión de un sistema eléctrico de mediano y gran tamaño, no se pueden aplicar de forma directa estos algoritmos combinatoriales aproximados, puesto que está demostrado que en las fases iniciales del proceso de búsqueda, los métodos son incapaces, aún realizando modificaciones y especializaciones al algoritmo, de encontrar soluciones de buena calidad; por esta razón, es fundamental, en esta etapa del proceso, utilizar algoritmos inicializadores que permitan a los métodos combinatoriales realizar exploraciones mas inteligentes y eficientes del espacio de soluciones.

Es importante tener en cuenta que cuando los métodos exactos están en capacidad de encontrar la solución óptima del problema que se quiere resolver, siempre se deben usar; los algoritmos combinatoriales se deben emplear cuando se tenga la certeza que los métodos exactos no pueden encontrar la respuesta óptima, ya sea por limitaciones de tiempo, o por limitaciones de memoria.

## Capítulo 3

# USO DE ALGORITMOS GRASP Y SIMULATED ANNEALING COMO INICIALIZADORES DE BRANCH AND BOUND EN LA SOLUCIÓN DE PLANEAMIENTO ESTÁTICO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN

### 3.1. INTRODUCCION

El algoritmo de Branch and Bound (dividir y limitar) es una metodología que se puede usar para resolver el modelo lineal disyuntivo y que converge a la solución óptima del problema de planeamiento de sistemas de transmisión. Sin embargo, el mayor inconveniente que posee es que funciona como un método enumerativo que explora exhaustivamente el espacio discreto asociado al modelo de planeamiento y en sistemas de transmisión reales como el sistema eléctrico colombiano 2012 que posee  $2^{620}$  alternativas de planeamiento, el método queda limitado por capacidad de memoria del sistema de cómputo. Surge entonces la necesidad de desarrollar herramientas con las cuales el algoritmo pueda explorar las regiones más atractivas del espacio discreto permitiendo que alcance soluciones de alta calidad con menos esfuerzo computacional y en lo posible que permitan que el método converja a la solución óptima del problema.

En el presente trabajo, se discuten dos propuestas tomadas del campo de optimización combinatorial denominadas GRASP y Simulated Annealing que poseen características constructivas, adaptativas, de memoria y evolutivas con las que se puede identificar algunos valores de unos subconjuntos de variables para iniciar el método Branch and Bound y que a su vez permitan mejorar su desempeño. Básicamente, la propuesta reduce significativamente el espacio discreto de soluciones dando la posibilidad al método exacto de alcanzar soluciones de alta calidad y convergencia en tiempos de cómputo razonables.



### 3.2. BRANCH AND BOUND (B&B)

El algoritmo B&B es un método que permite encontrar la solución óptima de un problema lineal con variables enteras (PLE) o variables enteras y continuas (PLEM). Consiste en resolver un conjunto de problemas de programación lineal (PL) que son versiones menos complejas del PLEM [6,24]. Inicialmente se resuelve el problema original permitiendo que las variables enteras adquieran valores continuos (problema **P0**); si **P0** tiene solución entera en todas las variables enteras entonces se obtiene la solución óptima global. Si el problema no presenta solución entera, se debe dividir el problema en dos subproblemas escogiendo una variable con valor actual no entero para dividir, de la siguiente manera:

**Subproblema P1:** Es el problema P0 más una restricción de la forma

$$n_{ij} \leq \lfloor n_{ij} \rfloor \quad (3.1)$$

**Subproblema P2:** Es el problema P0 más una restricción de la forma

$$n_{ij} \geq \lfloor n_{ij} \rfloor + 1 \quad (3.2)$$

Siendo  $\lfloor n_{ij} \rfloor$  el mayor entero contenido en la variable  $n_{ij}$  que se divide. Estos subproblemas se deben resolver al igual que **P0** y repetir el proceso hasta que el espacio de soluciones se cubra totalmente.

Para tratar de evitar expandir de manera exponencial la cantidad de opciones que se analizan al generar subproblemas de PL se siguen unas reglas para cortar las ramas que se van obteniendo; estas reglas se denominan pruebas de sondaje, como se enuncia a continuación:

1. El subproblema resuelto tiene solución entera.
2. El subproblema no tiene solución entera pero presenta una solución de peor calidad que otra solución entera ya encontrada.
3. La solución del subproblema es infactible.

Inicialmente se cuenta con una herramienta que explora el espacio discreto de soluciones de una manera exhaustiva lo cual garantiza que se obtiene la solución óptima al finalizar el proceso. Sin embargo, en problemas de gran complejidad matemática el almacenamiento de la información de los subproblemas de PL puede alcanzar niveles prohibidos además de incrementar el esfuerzo computacional considerablemente, pues la solución de un subproblema involucra aplicar algoritmos de PL con bases muy grandes que poseen matrices de gran tamaño que se deben invertir en cada pivotaje.

Durante el proceso, después de generar los subproblemas de PL, se debe seleccionar cual subproblema resolver de la lista de problemas de PL sin resolver y luego analizar cual variable entera que presenta valores continuos se debe elegir para dividir.

Entre los métodos mas actuales se usan *pseudocostos*, los cuales dan una medida de la degradación de la función objetivo cuando una variable entera que posee un valor continuo es forzada a asumir un valor entero. De esta manera, se obtiene una estrategia que permite *estimar* el mejor PL que se debe resolver de la lista y así obligar al método a aplicar rápidamente pruebas de sondaje con el fin de reducir el espacio de soluciones.

Para seleccionar la variable con la cual obtener las restricciones que generan dos nuevos subproblemas descendientes, uno de los métodos mas actuales consiste en identificar entre todas las variables enteras con valor continuo, la variable que proporcionaría el mayor aumento en el valor estimado de la función objetivo con la intención de que los problemas descendientes sean sondados mas rápidamente (criterio MAX-MAX). De igual manera, se puede escoger siempre una variable cuya menor degradación en la función objetivo sea la máxima con la intención de que los dos subproblemas descendientes sean sondados mas rápidamente (criterio MAX-MIN).

Existen muchas versiones especializadas de B&B que permiten mejorar el desempeño del algoritmo y su objetivo es dar potencia a las pruebas de sondaje permitiendo que converja rápidamente generando la menor cantidad posible de subproblemas de PL. No existe un método para determinar que estrategias se deben implementar en un problema específico; sin embargo, en investigaciones recientes se observa que la aplicación de *estimación con pseudocostos* combinado con estrategias *MAX-MAX* y *MAX-MIN* son muy eficientes resolviendo sistemas de prueba de mediana complejidad matemática [6,24].

Si se logra reducir el espacio discreto, el algoritmo puede explorar mas eficientemente regiones atractivas donde se encuentran soluciones de alta calidad además de reducir las posibilidades que generan grandes volúmenes de información, permitiendo acotar las limitantes inferiores de búsqueda y dando la posibilidad de converger en algunos sistemas de prueba que siguen abiertos a la investigación. En el presente trabajo se discuten algoritmos de naturaleza heurística, específicamente de tipo constructivo y de búsqueda usando vecindad, que se aplican a los modelos de planeamiento estático.

Para visualizar esta propuesta se muestran los resultados alcanzados al resolver el modelo lineal disyuntivo usando un algoritmo B&B en el sistema de prueba de Garver de 6 nodos y 15 líneas candidatas el cual se muestra en la figura 3.1. Los datos de este sistema se encuentran en el apéndice A.1.

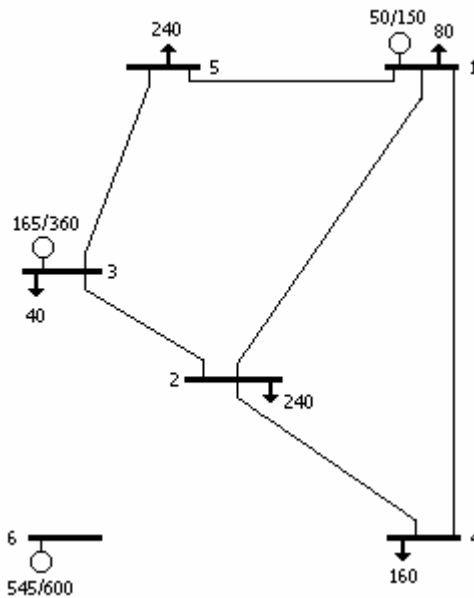


Figura 3.1. Sistema de prueba de Garver

El sistema de prueba de Garver tiene dos opciones de planeamiento para el sistema de transmisión que dependen de las capacidades de generación instaladas en el sistema para atender la demanda, como se observa en la figura 3.1. Cuando la capacidad de generación instalada es igual a la demanda de potencia en el sistema, no se tiene la posibilidad de redistribuir las generaciones de las plantas pues al final entregan su máxima capacidad; en el caso que la capacidad de generación instalada es superior a la demanda del sistema, es posible redistribuir los despachos en los nodos de generación y al final las líneas que hacen mas económico el transporte de potencia son las que permiten una mejor redistribución de los flujos en el sistema, haciendo menos complejos los procesos de planeamiento. Por lo tanto, para un sistema sin la posibilidad de redespacho de la generación el problema de planeamiento de las capacidades de transmisión se hace a la vez mas complejo, requiere de mas componentes y es mas costoso.

En el sistema de Garver se tiene la posibilidad de reforzar hasta en 4 circuitos cada camino de transmisión, por lo que se obtienen  $2^{60}$  opciones de planeamiento.

Considerando el sistema base inicial mostrado en la figura 3.1, con la posibilidad de redespacho de la generación, se observa el desempeño del algoritmo B&B en los datos consignados en la tabla 3.1.

Tabla 3.1. Resultados B&B en sistema de Garver con redespacho

| <b>pls<sup>*</sup></b> | <b>fo incumbente</b> | <b>fo esperada</b> | <b>er(%)</b> |
|------------------------|----------------------|--------------------|--------------|
| 0                      | 28871.06             | 99.00              | 99.96        |
| 12                     | 140.00               | 99.00              | 29.29        |
| 23                     | 130.00               | 99.00              | 23.85        |
| 107                    | 110.00               | 99.00              | 10.00        |
| 418                    | 110.00               | 110.00             | 0.00         |

**pls<sup>\*</sup>** : número de nodos o subproblemas de PL resueltos

**er(%)**: error relativo entre la función objetivo incumbente (valor de la mejor solución entera encontrada) y la mejor función objetivo que se puede encontrar en el espacio discreto del sistema que se tiene en la lista de PL's sin resolver (limitante inferior para una solución entera).

El método encuentra la solución óptima alcanzando convergencia (ya que el valor **er=0.00** indica que se exploró todo el espacio discreto) después de resolver 418 subproblemas de PL. La configuración óptima, presenta la siguiente solución:

$$n_{3-5} = 1 \quad n_{4-6} = 3$$

$$v = 110.00 \quad r = 0MW$$

Al usar el algoritmo heurístico constructivo de Garver (sección 2.3.1) se observa que se favorece estas dos líneas en el sistema. Adicionando cada componente de la solución al sistema base, se obtienen los datos de las tablas 3.2 y 3.3.

Tabla 3.2. Resultados al incluir en sistema base  $n_{3-5}=1$  en sistema de Garver con redespacho

| <b>pls</b> | <b>fo incumbente</b> | <b>fo esperada</b> | <b>er(%)</b> |
|------------|----------------------|--------------------|--------------|
| 0          | 28871.06             | 99.00              | 99.96        |
| 28         | 140.00               | 99.00              | 29.29        |
| 38         | 130.00               | 99.00              | 23.85        |
| 52         | 110.00               | 101.00             | 8.18         |
| 117        | 110.00               | 110.00             | 0.00         |

Tabla 3.3. Resultados al incluir en sistema base  $n_{4-6}=3$  en sistema de Garver con redespacho

| <b>pls</b> | <b>fo incumbente</b> | <b>fo esperada</b> | <b>er(%)</b> |
|------------|----------------------|--------------------|--------------|
| 0          | 110.00               | 104.00             | 5.45         |
| 2          | 110.00               | 110.00             | 0.00         |

De las tablas 3.2 y 3.3 se observa que el método converge a la solución óptima procesando menos información y disminuyendo considerablemente el esfuerzo computacional generando una cantidad menor de subproblemas de PL.

### **3.3. ALGORITMOS USADOS PARA IDENTIFICAR CONJUNTOS DE VARIABLES INICIALES DEL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO**

Desarrollar herramientas para un algoritmo consiste en poner a prueba propuestas simples o sofisticadas, que surgen de la necesidad de encontrar soluciones de alta calidad con las cuales resolver un problema de difícil solución matemática, como es el caso de planeamiento de la expansión de sistemas reales de transmisión.

En el presente trabajo se usan las técnicas combinatoriales Simulated Annealing (SA) [1,30] y GRASP [4,12,13,22] que muestran ser técnicas eficientes resolviendo problemas complejos de optimización. Por medio de manipulaciones en los modelos de programación lineal descritos en los algoritmos heurísticos constructivos y siguiendo las reglas contenidas en estas técnicas, se logra que poblaciones iniciales contenidas en diferentes regiones del espacio discreto del problema evolucionen a poblaciones con funciones objetivo de mejor calidad.

En muchas investigaciones sobre planeamiento estático de sistemas eléctricos de transmisión, se concluye que los algoritmos heurísticos constructivos identifican un gran porcentaje de elementos que pertenecen a la solución óptima del problema [11,19,26,28,33], pero por concebirse en desarrollos matemáticos de carácter local son miopes y no logran por sí solos alcanzar la solución óptima en sistemas de prueba complejos. Las soluciones que se alcanzan usando técnicas combinatoriales mejoran notablemente la calidad de las configuraciones por contener internamente herramientas para modelar sistemas que funcionan en la naturaleza y aunque no garantizan ser óptimas, visualizan un conjunto mayor de variables contenidas en la solución óptima. Aprovechar esta característica de identificar el valor de ciertos conjuntos de variables con una muy alta probabilidad de pertenecer a la solución óptima del problema, permite al método B&B contar con regiones discretas reducidas, donde se encuentran las mejores soluciones del problema de planeamiento, además de poder alcanzarlas con menor esfuerzo computacional y dando la posibilidad de convergencia en tiempos razonables. Esto se evidencia al terminar el proceso, pues observando conjuntos especiales de variables en la población final de elementos que poseen las mejores funciones objetivo y al incluirlas en el sistema base del problema, hacen variar significativamente las limitantes inferiores de búsqueda cortando regiones del espacio discreto que contienen miles de millones de opciones que pueden generar mucha información para B&B.

### 3.3.1. Simulated annealing (SA)

SA se fundamenta en el algoritmo de metrópolis y este a su vez se basa en el algoritmo de Montecarlo [1,30]. El algoritmo de metrópolis genera a partir de una estructura con su correspondiente nivel de energía, un conjunto de estructuras con diferentes niveles de energía. El algoritmo de montecarlo asigna una función de probabilidad con la cual se decide si se aceptan o no los cambios en la estructura. Se supone que una estructura se encuentra en el estado  $i$  a un nivel de energía  $E_i$  y una estructura  $j$  que se obtiene a partir del estado  $i$  posee un nivel energético  $E_j$ . Aceptar el cambio en la estructura depende del método de montecarlo, que asigna la siguiente función de probabilidad:

$$P(\text{aceptación}) = \begin{cases} 1, & \text{si } E_j < E_i \\ e^{(E_i - E_j)/T}, & \text{si } E_j > E_i \end{cases} \quad (3.3)$$

Siendo  $T$  la temperatura a la cual se realiza dicho cambio; si la temperatura es alta, la probabilidad de aceptación de los cambios en la estructura es muy alta y en consecuencia no es necesario evaluar muchas alternativas a estos niveles, pues muy seguramente alguna de ellas será aceptada; sin embargo, a medida que la temperatura baja, también lo hace la probabilidad de aceptación y es necesario aumentar el número de posibilidades a evaluar, buscando así aceptar algunas de ellas; este número de posibilidades a evaluar se conoce como la cadena de Markov. Cada uno de los elementos dentro de la cadena de Markov es una estructura que difiere de la actual, posee otro estado energético y se evalúa en el algoritmo SA.

Existen dos expresiones que permiten calcular la longitud de la cadena de Markov y se actualiza al final de cada nivel de temperatura:

$$N_{k+1} = \eta N_0 \quad (3.4)$$

donde  $N_0$  es la longitud inicial de la cadena de Markov y  $\eta$  es una variable mayor a uno. También es posible calcular la longitud de la cadena con la expresión:

$$N_{k+1} = \rho N_k \quad (3.5)$$

donde la longitud de la nueva cadena ( $N_{k+1}$ ) depende del anterior ( $N_k$ ) y  $\rho$  es un valor constante que hace que la cadena crezca en un porcentaje constante. En cada nueva iteración, la longitud de la cadena, que es el número de configuraciones que difieren de la actual en al menos un elemento, debe crecer en un valor determinado por la experiencia en problemas similares. Tanto  $\eta$  como  $\rho$  son valores determinados por la naturaleza y complejidad del problema, sin embargo valores típicos para estas constantes producen incrementos en la cadena de Markov entre un 5% y 15% en cada nivel de temperatura.

El algoritmo SA se puede resumir como se muestra en la figura 3.2.

```
Inicio Programa

Calcular ( $N_o$ ,  $T_o$ )
 $N_k = N_o$ 
Genere una configuración inicial  $S_o$ 

Haga mientras no se cumpla el criterio de parada
  Haga desde  $k=1$  hasta  $N_k$ 
    Genere una configuración  $S_j$  a partir de  $S_i$ 
    Si  $E_j \leq E_i$ 
       $S_i = S_j$ 
    Sino
      Si Aleatorio  $< e^{(E_i - E_j)/T}$ 
         $S_i = S_j$ 
      Fin si
    Fin Si
     $k = k + 1$ 
  Fin Haga
  Calcular ( $N_k$ ,  $T_k$ )
  Criterio de Parada
Fin Haga

Fin Programa
```

Figura 3.2. Seudocódigo de SA

Además de la longitud de la cadena de Markov, se tiene otro parámetro de control: la temperatura del proceso. Por lo tanto se debe definir un programa de enfriamiento el cual tiene influencia sobre la aceptación de las configuraciones de peor calidad. El valor inicial de la temperatura ( **$T_0$** ) se obtiene con una heurística constructiva, simulando el número de transiciones hechas para la primera cadena de Markov, lo cual da un estimativo del número y calidad de las degradaciones o mejoramientos en la función objetivo.

El algoritmo que se emplea para el cálculo de la temperatura inicial se puede resumir como se ilustra en la figura 3.3.

```

Inicio Programa
Inicie  $T_o=0$ ;  $m_1=0$ ;  $m_2=0$ ;  $\Delta F=0$ 
Genere una configuración  $S_i$ 

Haga desde  $k=1$  hasta  $N_o$ 
  Genere una configuración  $S_j$  a partir de  $S_i$ 
  Si  $E_i \leq E_j$ 
     $m_1 = m_1 + 1$ 
  Sino
     $m_2 = m_2 + 1$ 
     $\Delta E = E_i - E_j$ 
  Fin Si
   $S_i = S_j$ 
Fin Haga


$$\Delta E+ = \sum_{k=1}^{m_2} \frac{\Delta E}{m_2}$$



$$T_o = \frac{\Delta E+}{\ln \frac{m_2}{m_2 X - m_1(1 - X)}}$$


Fin Programa

```

Figura 3.3. Seudocódigo para cálculo de  $T_0$

$T_0$  es la salida final de este programa, y es la temperatura con que se inicia el proceso SA.

En este algoritmo  $\Delta E+$  es una medida de la degradación de la función objetivo,  $m_1$  es el número de transiciones de  $i$  a  $j$  donde mejora la función objetivo,  $m_2$  es el número de transiciones de  $i$  a  $j$  donde empeora la función objetivo y  $x$  es una tasa de aceptación que varía entre 0.8 y 0.9 [16].

La figura 3.4 es una representación aproximada del comportamiento del algoritmo cuando explora diversas regiones en un problema de optimización; la propiedad de aceptar soluciones de peor calidad le permite al método escapar de las regiones de óptimos locales para finalmente alcanzar el óptimo global del sistema, que por lo general es la configuración que tiene el menor valor en la función objetivo o menor estado energético; la figura 3.5 muestra la relación entre la probabilidad de aceptar soluciones de peor calidad y la temperatura de la estructura; a altas temperaturas la probabilidad de aceptación es alta, con la disminución de la temperatura se disminuye igualmente la probabilidad de aceptación.



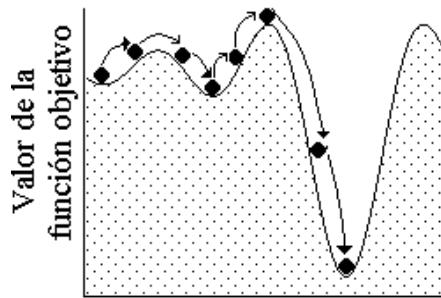


Figura 3.4. Comportamiento del algoritmo SA

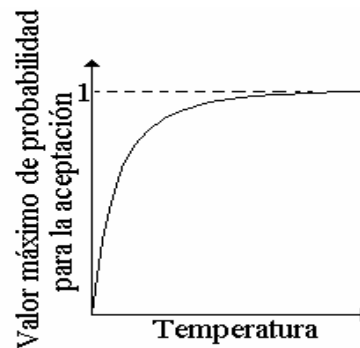


Figura 3.5. Probabilidad de aceptación de un nuevo estado en el algoritmo de Metrópolis

### 3.3.2. GRASP

GRASP es una evolución de los algoritmos heurísticos constructivos, especialmente los que usan indicadores de sensibilidad [12,13]. Con estos, se calcula la variación de la función objetivo con respecto a las variables de interés del problema de optimización (variables enteras), y se usan para identificar atributos atractivos del problema. Además, GRASP emplea una propuesta intermedia entre SA y Búsqueda Tabú para realizar la fase de exploración y según algunos autores es muy eficiente resolviendo problemas complejos de optimización.

Para un problema genérico, el algoritmo GRASP tiene los siguientes pasos:

1. Implementar una fase de pre-procesamiento.
2. Realizar una fase de búsqueda constructiva.
3. Realizar una fase de exploratoria y actualizar la mejor solución encontrada si se supera la incumbente.
4. Si el criterio de parada no se satisface volver al paso 2. Sino, finalizar el proceso. La respuesta del algoritmo es la mejor solución almacenada.

El pre-procesamiento intenta identificar determinados atributos que permiten iniciar el proceso de búsqueda constructiva con lo cual se logra disminuir el espacio de soluciones explorado.

La fase de búsqueda constructiva consiste en encontrar una solución de calidad para el problema con base en un algoritmo heurístico constructivo donde se escoge en cada paso, un elemento de una lista de tamaño  $k$  denominada *RCL* que clasifica las variables que pueden mejorar la función objetivo. La fase constructiva del algoritmo presenta las siguientes etapas:

1. Seleccionar una solución inicial que puede ser vacía, es decir, sin adicionar variables la cual se transforma en la solución actual del problema.
2. Para la solución actual del problema, usando un indicador de sensibilidad elaborar una lista con las  $k$  variables más atractivas.
3. Escoger aleatoriamente o probabilísticamente una de las variables de la lista y actualizar la solución con la adición de la variable escogida.
4. Si la solución actual es factible o se satisface el criterio de parada, finalice la fase constructiva.

Una forma adecuada para encontrar los elementos de la lista es recurrir a una medida de sensibilidad. Sea  $v(x)$  la función objetivo de un problema de optimización con variables  $x$ . Típicamente, una medida de sensibilidad representa la variación de la función objetivo respecto a una variable:

$$h(x_i) = \frac{\partial v}{\partial x_i} \quad (3.6)$$

La función  $h(x_i)$  permite construir una lista de variables atractivas que hacen parte del conjunto *RCL*; considerando que el problema es minimizar la función objetivo  $v(x)$ , entonces la variable más atractiva  $x_i$  identificada por un algoritmo heurístico constructivo es la que presenta menor valor de  $h(x_i)$ , por lo tanto, clasifican en el conjunto *RCL* todas las variables cuyos índices satisfacen la siguiente relación:

$$RCL = \{i \in X / h_{min} \leq h(x_i) \leq h_{min} + \lambda(h_{max} - h_{min})\} \quad (3.7)$$

donde  $X$  es el conjunto de índices de las variables que pueden ser adicionadas y  $\lambda$  es un parámetro que ajusta el tamaño de la lista del problema y que toma valores en el intervalo  $[0,1]$ .  $h_{max}$  y  $h_{min}$  se definen como:

$$\begin{aligned}
h_{max} &= \frac{\max}{i \in X} \{h(x_i)\} \\
h_{min} &= \frac{\min}{i \in X} \{h(x_i)\}
\end{aligned}
\tag{3.8}$$

Para escoger la variable de la lista que va a ser adicionada en el proceso de construcción, se pueden usar dos alternativas:

- i. aleatoriamente
- ii. usando una función de probabilidad

Para el segundo caso se puede usar una función de probabilidad lineal:

$$b_i = \frac{1}{r_i} \tag{3.9}$$

donde  $r_i$  representa la posición que ocupa la variable  $i$  en la lista de variables  $RCL$ , por lo tanto, la probabilidad de escoger la variable  $i$  es encontrada usando la relación:

$$p_i = \frac{b_i}{\sum_{j \in RCL} b_j} \tag{3.10}$$

La fase exploratoria procura encontrar una solución óptima local en la vecindad de la solución alcanzada en la fase de búsqueda constructiva. Esta fase es prácticamente equivalente a un proceso de intensificación en el algoritmo de búsqueda tabú. El proceso consiste en definir una vecindad de la solución hallada por la fase constructiva y encontrar una solución factible de mejor calidad en esa vecindad. Siempre que se encuentra una solución factible de mejor calidad, la búsqueda local se debe reiniciar encontrando una nueva vecindad de la nueva solución. Este proceso, en general, precisa de un alto esfuerzo computacional dependiendo del tipo de problema, ya que en el caso de planeamiento de sistemas de transmisión analizar un vecino requiere de la solución de un problema de programación lineal.

Un tipo especial de algoritmo GRASP se denomina GRASP reactivo y usa un valor de  $\lambda$  adaptativo, es decir, se usan diferentes valores de  $\lambda$  durante el proceso, y por lo tanto, el tamaño de la lista  $RCL$  se adapta al valor de  $\lambda$ . La idea básica consiste en escoger un conjunto de valores para el parámetro de control  $\lambda$  y usar, preferiblemente, el que presenta mejor desempeño durante el proceso. Se ha comprobado experimentalmente que el GRASP reactivo presenta un mejor desempeño que el algoritmo GRASP convencional.

Sea  $A$  un conjunto de  $m$  valores previamente seleccionados para  $\lambda$ . Se pretende encontrar una estrategia para identificar el valor de  $\lambda$  más atractivo (determinando la probabilidad  $p_i$  de seleccionar el valor de  $\lambda_i$  en una iteración del algoritmo GRASP).

El proceso se inicia asignando igual probabilidad a cada uno de los  $m$  valores especificados para  $\lambda$ , es decir:

$$p_i = \frac{1}{m} \quad (3.11)$$

Durante el proceso, la distribución de probabilidades se actualiza de acuerdo a su evolución. Para un problema de minimización con función objetivo  $v(x)$  se calculan los valores medios de la función objetivo para cada uno de los valores  $\lambda_i$  que se usan durante las últimas  $n_p$  iteraciones y se determina:

$$q_i = \left( \frac{v^*}{v_i} \right)^\delta \quad (3.12)$$

donde  $v^*$  es la mejor solución almacenada del proceso GRASP reactivo y  $v_i$  es el valor medio de los valores de la función objetivo obtenidos usando  $\lambda_i$ . Para encontrar la distribución de probabilidad  $p_i$  se usa la relación (3.13):

$$p_i = \frac{q_i}{\sum_{j=1}^m q_j} \quad (3.13)$$

Esta relación permite seleccionar el valor  $\lambda_i$  que se usa en cada iteración del proceso GRASP reactivo. Después de  $n_p$  iteraciones, los valores  $p_i$  son actualizados. El proceso GRASP reactivo debe priorizar el uso de aquel  $\lambda_i$  que encuentra soluciones con funciones objetivo de mejor calidad.

La estrategia que se utiliza en el algoritmo GRASP reactivo hace más robusto este proceso por las siguientes características internas:

- gran diversificación en los elementos que se obtienen en la fase constructiva
- posee un proceso automático para ajustar los parámetros de control que construyen las listas
- posee características de memoria de corto plazo cuando se prioriza la probabilidad de usar parámetros de control que obtienen las mejores funciones objetivo del problema

El proceso GRASP se implementa en una muestra estadística significativa del espacio discreto de soluciones repitiendo el proceso en cada elemento de la población en interés. Sin embargo, por sus características internas puede requerir de muestras pequeñas ya que en los procesos de búsqueda local se puede explorar regiones muy extensas del problema de interés.

### **3.4. ALGORITMO HÍBRIDO GRASP-SA ADAPTADO AL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN**

SA es un método de optimización combinatorial que fué desarrollado analizando el proceso de construcción de cristales perfectos (annealing) en sólidos [30] y GRASP es una propuesta que permite contar con los mejores elementos alrededor de una configuración en estudio, para mejorar internamente la información de los movimientos que se puede hacer en el proceso constructivo y de búsqueda local [4,22]. Estos métodos se han usado resolviendo problemas complejos de optimización matemática y en muchos casos, no ha sido posible alcanzar ni superar la calidad de las respuestas alcanzadas en estos estudios con metodologías exactas. La investigación se motiva con esta clase de problemas y poder contar con este tipo de herramientas dan fortaleza a cualquier propuesta que se quiera desarrollar. En el presente trabajo se usa una propuesta intermedia entre los dos algoritmos tratando de aprovechar al máximo las características principales internas de estos métodos con el fin de obtener soluciones de alta calidad en problemas complejos de planeamiento de sistemas de transmisión y poder obtener conjuntos iniciales de variables, en lo posible con sus respectivos valores, luego sobreponer en el sistema eléctrico base este conjunto para iniciar el método B&B. Usar estas herramientas dan una alta probabilidad de encontrar valores óptimos en el conjunto de variables, que seleccionadas, restringen los espacios discretos asociados a cada sistema de prueba y así disminuir el esfuerzo que debe realizar B&B para alcanzar soluciones de alta calidad en este tipo de problemas.

El objetivo de esta investigación es dar un paso inicial que permita reducir de manera significativa el esfuerzo computacional que se requiere, al tratar de resolver problemas de optimización de gran complejidad matemática en planeamiento estático de sistemas de transmisión, usando métodos exactos como B&B para que alcancen soluciones de mejor calidad sin renunciar a la búsqueda de la solución óptima, y en lo posible, poder obtener convergencia del proceso. Usando los algoritmos combinatoriales, los procesos de intensificación en los elementos de una población definida, evolucionan a propuestas de mejor calidad conservando conjuntos de atributos con valores definidos en ciertas variables, característica que se aprovecha para limitar la región de búsqueda para el algoritmo de B&B desde el inicio.

La propuesta consiste en identificar por medio de los algoritmos inteligentes, adaptados al problema de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión,

los valores de un conjunto de variables enteras que tienen una probabilidad muy alta de pertenecer a la solución óptima del problema de planeamiento. Al conocer estos valores, se reduce significativamente el espacio discreto de soluciones y se aumentan las limitantes inferiores de búsqueda abriendo la posibilidad de que el método B&B trabaje de manera mas eficiente.

### 3.4.1. Representación del problema de planeamiento

El problema de planeamiento de sistemas de transmisión se representa inicialmente usando el modelo DC (3.14).

$$\begin{aligned}
 Minv &= \sum c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum r_i \\
 s.a. \\
 B(x + \gamma^o) \theta + g + r &= d \\
 (x_{ij} + \gamma_{ij}^o) |\theta_i - \theta_j| &\leq (x_{ij} + \gamma_{ij}^o) \phi_{ij} \\
 0 &\leq g \leq g_m \\
 0 &\leq r \leq d \\
 0 &\leq n_{ij} \leq n_{ij\max}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Esta formulación permite la manipulación interna del modelo al presentar propuestas de solución  $x^k$  que dan potencia a las técnicas combinatoriales para efectuar un movimiento hacia una solución  $x^{k+1}$ .

### 3.4.2. Obtención de la población inicial

Con base en la fase constructiva del algoritmo GRASP reactivo [4,12,13,22] se obtiene un conjunto de configuraciones usando el modelo de mínimo corte de carga (3.15) donde en cada paso se adiciona un elemento  $x^k$  de una lista de líneas  $RCL$  que se obtiene al evaluar las medidas de sensibilidad de mínimo corte de carga. El proceso se repite en cada elemento de la población hasta obtener una configuración con corte de carga  $w_0$ .

Las configuraciones que se obtienen presentan gran diversidad dado que en cada paso el parámetro de control  $\lambda_i$  de la lista  $RCL$ , selecciona diferentes conjuntos de líneas para atender las condiciones de racionamiento en la propuesta que se construye.

$$\begin{aligned}
Minw &= \sum r_i \\
s.a. \\
B(x^k + \gamma^o)\theta + g + r &= d \\
(x_{ij} + \gamma_{ij}^o) |\theta_i - \theta_j| &\leq (x_{ij}^k + \gamma_{ij}^o) \phi_{ij} \\
0 \leq g &\leq g_m \\
0 \leq r &\leq d
\end{aligned} \tag{3.15}$$

El modelo (3.15) se obtiene a partir de (3.14) cuando se presenta la propuesta  $x^k$ .

La lista de líneas *RCL* se construye con base en los factores de sensibilidad de mínimo corte de carga, que se calculan con la expresión (3.16).

$$h(\gamma_{ij}) = \frac{\partial v}{\partial \gamma_{ij}} = -(\theta_i - \theta_j)(\pi_i - \pi_j) \tag{3.16}$$

donde  $\pi_j$  es la variable dual asociada a la restricción  $j$  del subconjunto de restricciones que evalúan el flujo de carga en el sistema:

$$B(x^k + \gamma^o)\theta + g + r = d \tag{3.17}$$

Las líneas de transmisión con mayor sensibilidad son las más atractivas para ser adicionadas a la solución que se está analizando. Clasifican en *RCL* las líneas que cumplan la relación:

$$h_{max} \leq h(\gamma_{ij}) \leq h_{max} - \lambda(h_{max} - h_{min}) \tag{3.18}$$

es decir, las de mejor factor de sensibilidad.

La fase de búsqueda constructiva tiene en cuenta un conjunto de valores  $\alpha$  como parámetros de control del algoritmo GRASP reactivo. Se debe tener en cuenta que el sistema eléctrico en estudio, debe conservar las características de conectividad de tal manera que al construir las listas de líneas *RCL* a partir de las medidas de sensibilidad, se señalen las mejores opciones alrededor de la solución en estudio, para guiar los movimientos en los sectores de mas calidad de la región discreta. En esta parte, se usa el concepto de red ficticia en el sistema de transmisión de tal manera que no se alteren los cálculos del flujo de carga.

### 3.4.3. Mecanismos de transición en el proceso de optimización

Se permite que una solución en estudio  $x^k$  modifique internamente su estructura a  $x^{k+1}$ , teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

- se genera una solución candidata con base en la solución en estudio de acuerdo a una estructura de vecindad
- se calcula la variación de la función objetivo al modificar la solución
- se decide si se permite el cambio en la solución

A continuación se da una breve explicación de estas consideraciones [16].

### ***Estructura de vecindad***

Para el problema de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión se permite que una solución cambie internamente teniendo en cuenta las siguientes posibilidades:

- i. retirar un circuito en un camino candidato
- ii. intercambiar un circuito que pertenece a la solución actual de un camino de transmisión por un circuito que pertenece a otro camino
- iii. adicionar un circuito en un camino candidato

Durante el proceso, una solución en estudio puede cambiar ligeramente aplicando los conceptos ilustrados en la estructura de vecindad pero internamente estas reglas se fortalecen aplicando las siguientes características:

- De forma aleatoria se retira una línea de la solución en estudio cuando el racionamiento en el sistema está por debajo de una tolerancia  $w_0$ . Esto con el fin de no alejarse drásticamente de la región que se explora.
- Se intercambia una línea de la solución en estudio por una línea que se obtiene de una lista *RCL* usando una medida de sensibilidad en la solución que se retiró la línea. Este paso siempre se realiza.
- Se adiciona una línea a la solución en estudio cuando el racionamiento del sistema está por encima de una tolerancia  $w_0$ . La línea que se adiciona se obtiene de la misma manera que en el proceso de intercambio.

La figura 3.6a se usa para representar una proyección de una subregión del espacio discreto de soluciones con sus respectivos valores de función objetivo y un posible camino que sigue el algoritmo al ubicarlo alrededor de la región mostrada. La figura 3.6b es una proyección de los movimientos que hace el algoritmo en el proceso de optimización.



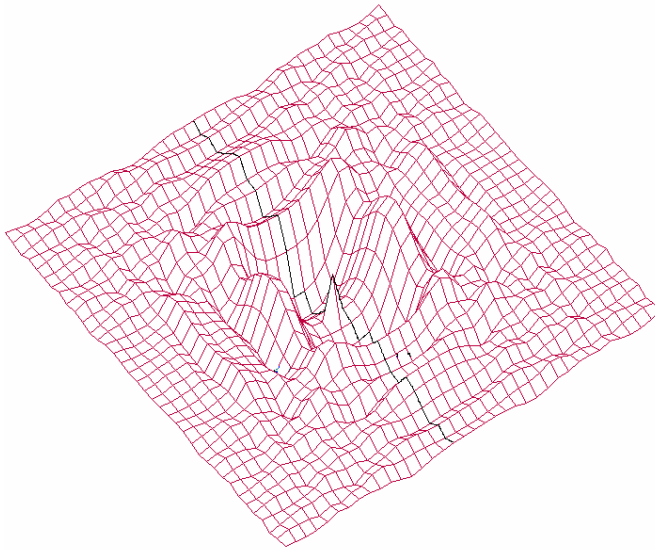


Figura 3.6a. Proyección espacio discreto del problema

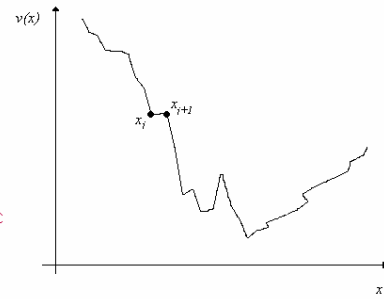


Figura 3.6b. Posible camino del algoritmo GRASP-SA

Figura 3.6. Subregión discreta de búsqueda y camino del algoritmo

En este espacio discreto un punto  $x_j$  contiene la configuración de la figura 3.6c con su respectivo valor de inversión  $v_j$  y corte de carga asociado  $w_j$ . Para moverse a una solución  $x_{j+1}$  se aplican los conceptos de estructura de vecindad presentados obteniendo las posibles configuraciones mostradas en las figuras 3.6d que muestran el cambio al efectuar los procesos de retirar, intercambiar y adicionar un elemento al sistema de transmisión respectivamente.

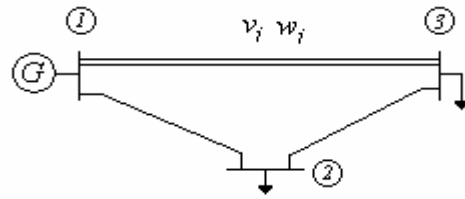


Figura 3.6c. Configuración contenida en  $x_i$

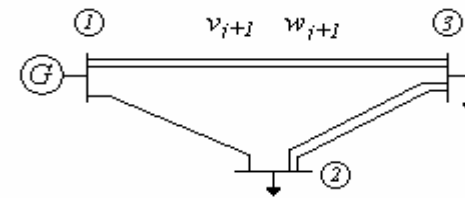
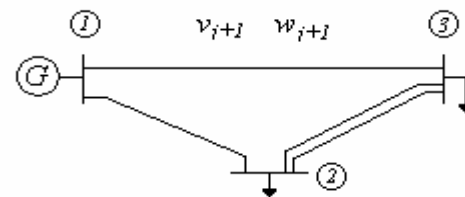
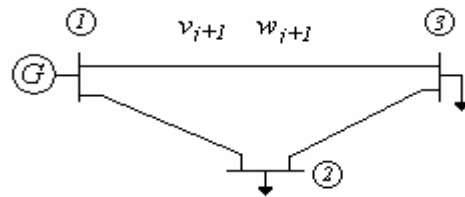


Figura 3.6d. Posible configuración  $x_{i+1}$  al evaluar SA

La fortaleza del movimiento se mide en la capacidad de atender el racionamiento del sistema con una propuesta de inversión más económica, en lo posible, y en no dejar atrapado al método en óptimos locales que requieren de muchos movimientos para escapar a regiones con soluciones de mejor calidad.

La variable a incluir en la propuesta de inversión se escoge asignando una función de probabilidad lineal como en (3.9) a todos los elementos de  $RCL$ , y el proceso continúa hasta que se cumple el programa de enfriamiento de SA.

### ***Cálculo de la función objetivo***

La función objetivo del problema se evalúa en cada solución que se analiza al correr un PL de mínimo corte de carga (3.15) para conocer las condiciones de operación en el sistema y las medidas de racionamiento. Luego se suma el valor de la propuesta de inversión al multiplicar los elementos de la propuesta por los respectivos costos.

### ***Criterio para aceptar el cambio en la solución***

Para determinar si una solución  $x_j$  se puede transformar en una solución  $x_{j+1}$  se corre el criterio de aceptación del algoritmo de metrópolis:

$$P(x_{j+1}) = \begin{cases} 1, & \text{si } E_{j+1} < E_j \\ e^{(E_j - E_{j+1})/T}, & \text{si } E_{j+1} > E_j \end{cases} \quad (3.19)$$

siendo  $E_j$  y  $E_{j+1}$  los valores asociados de racionamiento de las configuraciones  $x_j$  y  $x_{j+1}$  que se pueden obtener del modelo de PL de mínimo corte de carga.

### **3.4.4. Programa de enfriamiento**

El programa de enfriamiento es la estrategia que permite controlar la evolución de SA durante el proceso de intensificación alrededor de los elementos de la población y depende de los parámetros  $T_0$ ,  $N_k$  y la tasa de disminución de temperatura.

Para cada elemento de la población  $T_0$  se calcula con la propuesta de la figura 3 y  $N_k$  se actualiza con (3.5). Para evitar un proceso de intensificación exhaustivo se elige una tasa de disminución de temperatura exponencial.

### **3.4.5. Actualización de las funciones de probabilidad de los valores $\lambda_i$**

Para cada elemento de la población, después de efectuar  $n_p$  movimientos en el espacio discreto se actualizan las funciones de probabilidad de los valores  $\lambda_i$  con los criterios del GRASP reactivo usando las expresiones (3.11), (3.12) y (3.13).

### **3.4.6. Obtención de conjuntos iniciales de variables**

Se corre la propuesta presentada en el algoritmo híbrido GRASP-SA en una población de elementos de un sistema base para obtener una población final de mejor calidad a la que se aplica el proceso de optimización. Haciendo una analogía con los

algoritmos genéticos, se efectúa separadamente un proceso evolutivo a cada elemento de la población con el algoritmo híbrido.

Luego se analiza los conjuntos comunes obtenidos en los elementos de la población final, observando las líneas presentes y sus respectivos valores en la mayor cantidad de elementos de la población final. Como ya se discutió, estas soluciones tienen una probabilidad muy alta de pertenecer a la solución óptima del problema en discusión pues se han aplicado mecanismos evolutivos potentes al proceso, que logran identificar gran porcentaje de componentes de la solución óptima. Este proceso puede ser manual o automático y requiere de un gran esfuerzo computacional, dependiendo del tamaño de la población. Si una variable específica presenta valores diferentes en los componentes de la población final, se pueden escoger diferentes valores y de esta manera obtener mas conjuntos iniciales para incluir en la base e iniciar el algoritmo B&B.

A partir de este conjunto se acota el espacio discreto del problema, aunque también se puede aprovechar al máximo la información de la población final donde se puede observar ciertas características del sistema.

El conjunto inicial de variables identificado por el algoritmo híbrido para acotar la región global del problema de planeamiento se puede dividir en subconjuntos iniciales. Los subconjuntos se pueden emplear para realizar pruebas con el algoritmo B&B y observar su desempeño en las regiones reducidas acotadas alcanzando soluciones enteras de alta calidad para el problema de planeamiento. Si las soluciones alcanzadas por B&B son iguales existe una probabilidad cercana a 1 de obtener la solución óptima del problema, inclusive si la convergencia del proceso no se alcanza, dado que se inicia el proceso con diferentes regiones reducidas de búsqueda.

Los subconjuntos iniciales se pueden obtener al analizar otras características inherentes al problema de optimización como las que se enuncian a continuación:

- Las líneas que hacen parte de los anillos de transmisión mas potentes se favorecen durante el proceso de optimización pues son las que permiten alimentar el sistema de manera más económica o poseen las mayores relaciones de beneficio-costos, y esto siempre lo observa la función objetivo del problema.
- Tratar de obtener un conjunto mínimo de variables iniciales para que no se distorsione la región de búsqueda que va a explorar el B&B y dar una probabilidad mas alta de que la solución óptima del problema quede incluida en este espacio reducido y logre ser alcanzada y cerrada por el algoritmo.

- Identificar los caminos de transmisión de los nodos de generación y carga desconectados del sistema reduce drásticamente el esfuerzo computacional del proceso.

### 3.4.7. Inicio de proceso B&B

Luego de obtener el conjunto inicial de variables y los respectivos subconjuntos, se conectan al sistema base las líneas de transmisión correspondientes a estas variables y se representa el problema de planeamiento con el modelo lineal disyuntivo adicionando en la función objetivo el costo total del subconjunto ( $C_\Omega$ ), como se formula en 3.20.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \sum_{(i,j)} c_{ij} y_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k + C_\Omega \\
 \text{s.t.} \quad & S_1 f^1 + S_0 f^0 + g + r = d \\
 & f_{ij}^0 - \gamma_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_1 \\
 & |f_{ij}^1 - \gamma_{ij}^1 (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - y_{ij}) \\
 & |f_{ij}^0| \leq f_{ijmax} \\
 & |f_{ij}^1| \leq y_{ij} f_{ijmax} \\
 & 0 \leq g \leq g_{max} \\
 & 0 \leq r \leq d \\
 & y_{ij} \text{ binario} \\
 & f_{ij} \text{ real} \\
 & \theta_j \text{ real}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Adicionalmente, para los elementos del subconjunto incluido en la base, se ajusta el número de líneas que se permite por corredor de transmisión de modo que se conserven las condiciones originales del problema. A partir de este momento se inicia el proceso B&B.

### 3.4.8 Seudocódigo del algoritmo híbrido GRASP-SA

La figura 3.7 muestra el pseudocódigo del proceso.

Inicio Programa

Generar población inicial

Aplicar fase constructiva algoritmo GRASP para obtener un conjunto de configuraciones que satisfacen (3.14) con un margen  $w_0$  de racionamiento

Inicia proceso de intensificación

Haga

    Seleccione elemento  $x_i$  de la población

    Calcular  $(N_o, T_o)$

$N_k = N_o$

    Haga mientras  $T_k > T_{final}$

        Haga desde  $k=1$  hasta  $N_k$

            Seleccionar valor  $\lambda_i$  para control de lista *RCL*

            Genere una configuración  $x_j$  a partir de  $x_i$  con base en lista *RCL*

            Si  $E_j \leq E_i$

$x_i = x_j$

            Sino

                Si Aleatorio  $< e^{(E_i - E_j)/T}$

$x_i = x_j$

                Fin si

            Fin Si

        Cada  $n_p$  movimientos actualizar funciones de probabilidad asociadas a  $\lambda_i$

$k = k + 1$

    Fin Haga

    actualizar  $(N_k, T_k)$

Fin Haga

    Almacenar elemento de la población final

Fin Haga

De la población final obtener el conjunto de variables y los subconjuntos

Montar en la base inicial del sistema los subconjuntos de variables obtenidos

Usar la formulación 3.20 e iniciar B&B

Fin Programa

Figura 3.7. Seudocódigo algoritmo híbrido GRASP-SA

## Capítulo 4

# PRUEBAS Y RESULTADOS

### 4.1. INTRODUCCION

Inicialmente se usan las formulaciones de los modelos de transportes (2.1) e híbrido lineal (2.5) para mostrar la eficiencia del método B&B que se utiliza resolviendo los sistemas de prueba. Luego se usa la formulación del modelo lineal disyuntivo (2.6) donde se observa que no converge en el sistema de prueba colombiano 2012. Por último se usa la formulación del modelo DC (3.14) resolviendo los sistemas de prueba aplicando el algoritmo híbrido GRASP-SA descrito en el capítulo anterior para obtener los conjuntos mínimos de variables con los cuales se reduce el espacio discreto de soluciones asociado a cada sistema e iniciar el algoritmo B&B usando la formulación (3.20).

La implementación computacional se realiza sobre una plataforma PC con base en las reglas de programación que se usan en el ambiente de trabajo GAMS, el cual contiene diferentes *paquetes especializados* desarrollados para resolver problemas de optimización lineal y entera. Las herramientas desarrolladas para construir los algoritmos, internamente usan el Minos 5.0 para resolver los problemas de PL y *CPLEX* que posee diferentes versiones de algoritmos B&B para resolver los problemas de PLEM asociados a los modelos de planeamiento descritos. En este caso se usa una versión de B&B que incluye cortes de Gomory el cual muestra ser muy eficiente en las pruebas que se realizan.

Se usan los sistemas de prueba de Garver de 6 nodos y 15 líneas, el sistema sur brasileiro de 46 nodos y 79 líneas y el sistema colombiano 2012 de 93 nodos y 155 líneas los cuales poseen la característica de reforzar hasta en 4 líneas cada corredor de transmisión. Las bases de datos de estos sistemas de prueba se incluyen en el apéndice A.

Adicionalmente se hace una prueba en el sistema norte- nordeste brasileiro reducido de 87 nodos y 179 líneas usando el modelo de transportes en el cual se observa la complejidad matemática de este sistema incluso al tratar de resolver este modelo, aplicando las nuevas herramientas que tratan de alcanzar la convergencia del proceso. Resolver este sistema usando el modelo lineal disyuntivo por medio del algoritmo B&B está fuera del alcance de este estudio, dado que se observa que las mejores

propuestas alcanzadas incluyen hasta 11 líneas para reforzar los caminos de transmisión, obteniendo  $2^{2013}$  posibles configuraciones de planeamiento. Estudios posteriores pueden utilizar la metodología propuesta en este trabajo, pero al tratar de resolver el modelo DC se debe determinar inicialmente el tamaño de una población significativa que estadísticamente represente el problema y así asegurar que los conjuntos iniciales puedan incluir en los espacios reducidos, la solución óptima del problema. Entre mas grande sea el conjunto inicial la probabilidad de incluir la solución óptima disminuye.

## 4.2. RESULTADOS PARA EL MODELO DE TRANSPORTES

Para facilitar la interpretación de los resultados, se usa una tabla en la cual se observa la evolución del algoritmo B&B durante el proceso de búsqueda. La columna *pls* informa el número de subproblemas de PL que se han generado. La columna *fo incumbente* informa el valor de la función objetivo que posee la mejor solución entera alcanzada en el subproblema *pls* durante el proceso. La columna *fo esperada* es el valor de la mejor solución entera que se puede alcanzar en el espacio discreto en el momento que se procesa el subproblema *pls*, y este valor se encuentra almacenado en la lista de PL's que no se han resuelto. La columna *er(%)* informa el error relativo que existe entre la incumbente y la mejor solución entera esperada de tal manera que cuando este valor es cero, se obtiene la convergencia del proceso.

En la columna de la función objetivo esperada se puede observar el valor de la limitante inferior del algoritmo, donde se puede observar en un momento determinado si es posible alcanzar la convergencia del proceso. Este valor tiende a aproximarse a la incumbente del proceso (aumenta en un problema de minimización) a medida que las pruebas de sondaje de B&B van reduciendo el espacio discreto del problema.

### 4.2.1. Sistema de prueba de Garver (Apéndice A.1)

La tabla 4.1 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema con opción de redespacho de la generación. La tabla 4.2 resume el proceso sin opción de redespacho de la generación.

Tabla 4.1. Proceso B&B para sistema de Garver con redespacho

| <b>pls</b> | <b>fo incumbente</b> | <b>fo esperada</b> | <b>er(%)</b> |
|------------|----------------------|--------------------|--------------|
| 0          | 110.00               | 110.00             | 0.00         |

El método aplica 2 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{2-6} = 2 \quad n_{3-5} = 1 \quad n_{4-6} = 1$$



Tabla 4.2. Proceso B&B para sistema de Garver sin redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 0   | 200.00        | 200.00      | 0.00  |

El método aplica 1 corte fraccional de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{1-5} = 1 \quad n_{2-6} = 4 \quad n_{4-6} = 2$$

#### 4.2.2. Sistema de prueba sur brasileiro (Apéndice A.2)

La tabla 4.3 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema con opción de redespacho de la generación. La tabla 4.4 resume el proceso sin opción de redespacho de la generación.

Tabla 4.3. Proceso B&B para sistema Sur con redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 0   | 57005.00      | 43992.4083  | 22.83 |
| 21  | 53334.00      | 50988.8415  | 4.41  |
| 28  | 53334.00      | 53334.0000  | 0.00  |

El método aplica 4 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{33-34} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{5-11} = 2 \quad n_{46-11} = 1$$

Tabla 4.4. Proceso B&B para sistema Sur sin redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 0   | 181419.00     | 102146.5745 | 43.70 |
| 40  | 177005.00     | 105914.7369 | 40.16 |
| 100 | 154981.00     | 108334.1564 | 30.10 |
| 469 | 148504.00     | 118873.2902 | 19.95 |
| 500 | 129501.00     | 119149.8770 | 7.99  |
| 649 | 127272.00     | 122436.3902 | 3.80  |
| 975 | 127272.00     | 127272.0000 | 0.00  |

El método aplica 15 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{14-22} = 1 \quad n_{18-19} = 1 \quad n_{20-21} = 1 \quad n_{42-43} = 2 \quad n_{5-11} = 2 \\ n_{25-32} = 1 \quad n_{31-32} = 1 \quad n_{28-31} = 1 \quad n_{46-11} = 1 \quad n_{24-25} = 2$$

### 4.2.3. Sistema de prueba colombiano 2012 (Anexo A.4)

La tabla 4.5 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema.

Tabla 4.5. Proceso B&B para sistema colombiano 2012 con redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 30  | 442361.00     | 244750.9144 | 44.67 |
| 59  | 420328.00     | 247008.4742 | 41.23 |
| 83  | 414482.00     | 255451.6524 | 38.42 |
| 151 | 411038.00     | 272196.6430 | 24.90 |
| 170 | 263893.00     | 273285.6201 | 24.90 |
| 180 | 350182.00     | 274663.6085 | 21.57 |
| 210 | 342559.00     | 274663.6085 | 19.82 |
| 291 | 338831.00     | 281323.2531 | 16.97 |
| 407 | 336669.00     | 291996.6959 | 13.27 |
| 443 | 329962.00     | 295303.6898 | 10.50 |
| 516 | 317769.00     | 300008.9298 | 5.59  |
| 795 | 315354.00     | 315042.6944 | 0.10  |
| 802 | 315354.00     | 315354.0000 | 0.00  |

El método aplica 8 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$\begin{array}{llll} n_{52-88} = 1 & n_{43-88} = 2 & n_{57-81} = 1 & n_{14-31} = 1 \\ n_{55-84} = 1 & n_{55-62} = 1 & n_{19-66} = 2 & n_{68-86} = 1 \end{array}$$

Se observa en las tablas 4.1 a 4.5 que el algoritmo B&B muestra ser eficiente encontrando las soluciones óptimas de los sistemas en estudio para el modelo de transportes requiriendo un bajo esfuerzo computacional al resolver un número reducido de subproblemas de PL. Las soluciones óptimas de estos sistemas ya eran conocidas y se encontraron usando un algoritmo de enumeración implícita [32] y usando B&B con *pseudocostos* y estrategias de estimación *MAX-MAX*, *MAX-MIN* en las referencias [6] y [24].

## 4.3. RESULTADOS PARA EL MODELO HÍBRIDO LINEAL

### 4.3.1. Sistema de prueba de Garver

La tabla 4.6 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema con opción de redespacho de la generación. La tabla 4.7 resume el proceso sin opción de redespacho de la generación.

Tabla 4.6. Proceso B&B para sistema de Garver con redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 0   | 140.00        | 110.00      | 21.43 |
| 1   | 110.00        | 110.00      | 0.00  |

El método aplica 2 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{2-6} = 1 \quad n_{3-5} = 1 \quad n_{4-6} = 2$$

Tabla 4.7. Proceso B&B para sistema de Garver sin redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 0   | 200.00        | 200.00      | 0.00  |

El método aplica 3 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{2-6} = 3 \quad n_{3-5} = 1 \quad n_{4-6} = 3$$

#### 4.3.2. Sistema de prueba sur brasileiro

La tabla 4.8 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema con opción de redespacho de la generación. La tabla 4.9 resume el proceso sin opción de redespacho de la generación.

Tabla 4.8. Proceso B&B para sistema Sur con redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 37  | 102345.00     | 51443.7865  | 49.73 |
| 50  | 65555.00      | 56134.0000  | 15.66 |
| 85  | 63163.00      | 62230.9054  | 1.48  |
| 89  | 63163.00      | 63163.0000  | 0.00  |

El método aplica 4 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{20-23} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{46-6} = 1 \quad n_{5-6} = 2$$

Tabla 4.9. Proceso B&B para sistema Sur sin redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 0   | 160831.00     | 100217.7757 | 37.69 |
| 144 | 157315.00     | 117972.4276 | 25.01 |
| 156 | 155351.00     | 117972.4276 | 24.06 |
| 290 | 142028.00     | 128616.4645 | 9.44  |
| 620 | 141932.00     | 139174.9018 | 1.94  |
| 649 | 141350.00     | 139628.1452 | 1.22  |
| 729 | 141350.00     | 141350.0000 | 0.00  |

El método aplica 7 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{20-21} = 1 \quad n_{42-43} = 2 \quad n_{46-06} = 1 \quad n_{25-32} = 1 \quad n_{31-32} = 1 \quad n_{28-31} = 1 \\ n_{28-30} = 1 \quad n_{26-29} = 2 \quad n_{24-25} = 2 \quad n_{29-30} = 1 \quad n_{05-06} = 1$$

#### 4.3.3. Sistema de prueba colombiano 2012

La tabla 4.10 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema.

Tabla 4.10. Proceso B&B para sistema colombiano 2012 con redespacho

| pls   | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-------|---------------|-------------|-------|
| 20    | 537643.00     | 368463.8571 | 31.47 |
| 70    | 530165.00     | 412231.6535 | 22.24 |
| 90    | 526643.00     | 415578.1500 | 21.09 |
| 230   | 511556.00     | 425259.6896 | 16.87 |
| 290   | 494388.00     | 438255.6097 | 11.35 |
| 340   | 489740.00     | 441855.4730 | 9.78  |
| 370   | 479721.00     | 444692.0728 | 7.30  |
| 555   | 471005.00     | 450354.8281 | 4.38  |
| 9056  | 470607.00     | 467817.7078 | 0.59  |
| 12301 | 470361.00     | 469695.9332 | 0.14  |
| 13319 | 470361.00     | 470361.0000 | 0.00  |

El método aplica 8 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{52-88} = 1 \quad n_{43-88} = 2 \quad n_{57-81} = 1 \quad n_{14-31} = 1 \quad n_{15-18} = 1 \quad n_{55-84} = 1 \quad n_{55-62} = 1 \\ n_{69-70} = 1 \quad n_{09-69} = 1 \quad n_{60-69} = 3 \quad n_{31-72} = 3 \quad n_{19-22} = 1 \quad n_{05-06} = 1 \quad n_{19-58} = 1 \\ n_{27-64} = 1 \quad n_{19-66} = 3 \quad n_{34-70} = 1 \quad n_{50-54} = 1 \quad n_{68-86} = 1$$

Se observa en las tablas 4.6 a 4.10 que el algoritmo B&B muestra ser eficiente encontrando las soluciones óptimas de los sistemas en estudio para el modelo híbrido lineal requiriendo un bajo esfuerzo computacional al resolver un número reducido de subproblemas de PL. Las soluciones óptimas de los sistemas de Garver y Sur brasileiro ya eran conocidas y se encontraron usando usando B&B con *pseudocostos* y estrategias de estimación *MAX-MAX*, *MAX-MIN* en la referencia [24].

Es de resaltar, que *la solución óptima del sistema colombiano en este modelo no era conocida* y se obtiene igualmente con un esfuerzo computacional muy bajo.

#### 4.4. RESULTADOS PARA EL MODELO LINEAL DISYUNTIVO

En este modelo se tiene en cuenta un parámetro de penalización de corte de carga en la función objetivo  $\alpha$  y un parámetro *Big M* para incluir en el flujo de carga las restricciones en las cuales las variables binarias se encuentran en el nivel 1.

##### 4.4.1. Sistema de prueba de Garver

La tabla 4.11 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema con opción de redespacho de la generación. La tabla 4.12 resume el proceso sin opción de redespacho de la generación.

Los parámetros del modelo toman los valores  $\alpha=2000$  y  $M=5000$

Tabla 4.11. Proceso B&B para sistema de Garver con redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 0   | 28871.06      | 99.00       | 99.96 |
| 12  | 140.00        | 99.00       | 29.29 |
| 23  | 130.00        | 99.00       | 23.85 |
| 107 | 110.00        | 99.00       | 10.00 |
| 418 | 110.00        | 110.00      | 0.00  |

El método no aplica cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución sin corte de carga:

$$n_{3-5} = 1 \quad n_{4-6} = 3$$

Tabla 4.12. Proceso B&B para sistema de Garver sin redespacho

| pls | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|-----|---------------|-------------|-------|
| 7   | 200.00        | 183.5000    | 8.25  |
| 108 | 200.00        | 200.00      | 0.00  |

El método aplica 2 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución sin corte de carga:

$$n_{2-6} = 4 \quad n_{3-5} = 1 \quad n_{4-6} = 2$$

#### 4.4.2. Sistema de prueba sur brasileiro

La tabla 4.13 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema con opción de redespacho de la generación. Para el primer caso se usan los valores  $\alpha=2000$  y  $M=5000$ .

Tabla 4.13. Proceso B&B para sistema Sur con redespacho

| pls     | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|---------|---------------|-------------|-------|
| 0       | 74733.00      | 52800.8810  | 29.35 |
| 130     | 73046.00      | 54617.3516  | 25.23 |
| 18216   | 72870.00      | 63217.1421  | 13.25 |
| 1413035 | 72870.00      | 72870.0000  | 0.00  |

El método aplica 9 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución sin corte de carga:

$$n_{02-05} = 1 \quad n_{13-20} = 1 \quad n_{20-23} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{46-06} = 1 \quad n_{05-06} = 2$$

A partir de este sistema se observa que la cantidad de información que procesa el algoritmo B&B crece de manera considerable. La inclusión de las restricciones del modelo DC deforman considerablemente el espacio discreto aumentando sustancialmente la cantidad de óptimos locales dando mayor dificultad de convergencia al método, y en general, a cualquier técnica exacta. Esto se puede observar en la columna *fo esperada* (limitante inferior del problema) la cual no varía significativamente en la evolución del proceso. Es de notar que la solución óptima se alcanza en las primeras etapas y el resto del proceso el método solo procesa información alrededor de la limitante inferior. Además el conjunto de subproblemas de PL generados alcanza a ocupar secciones importantes de memoria RAM.

En este sistema se obtiene otra solución de alta calidad, que se considera la óptima global para el problema, que presenta un valor de corte de carga muy bajo. Esta se logra al disminuir el parámetro de penalización de corte de carga ( $\alpha=1000$ ) dando un margen de exploración en la región del espacio discreto que contiene racionamientos bajos.

La evolución del proceso B&B se resume en la tabla 4.14.

Tabla 4.14. Proceso B&B para sistema Sur con redespacho

| pls    | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|--------|---------------|-------------|-------|
| 0      | 74733.0000    | 52800.8810  | 29.35 |
| 130    | 71667.7748    | 54617.3516  | 23.79 |
| 196920 | 71667.7748    | 71667.7748  | 0.00  |

El método aplica 8 cortes fraccionales de Gomory y la configuración óptima alcanzada presenta la siguiente solución:

$$n_{13-20} = 1 \quad n_{20-23} = 1 \quad n_{20-21} = 2 \quad n_{42-43} = 1 \quad n_{46-06} = 1 \quad n_{05-06} = 1$$

$$v=70289 \quad r=1.38MW$$

De esta manera, se observa el impacto del parámetro de penalización al corte de carga. Por lo cual se debe determinar con diferentes pruebas de ensayo y error los mejores valores que se pueden usar para estos parámetros de tal manera que se exploran regiones infactibles con bajos valores de racionamiento dando la posibilidad de disminuir el costo de inversión en el sistema.

Para el caso sin redespacho de la generación, se usan los valores  $\alpha=1000$  y  $M=9000$ . La tabla 4.15 resume el proceso sin opción de redespacho de la generación.

Tabla 4.15. Proceso B&B para sistema Sur sin redespacho

| pls     | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|---------|---------------|-------------|-------|
| 0       | 319795.1976   | 97468.5484  | 69.52 |
| 20      | 218751.6832   | 99027.1829  | 54.73 |
| 220     | 203488.4690   | 99527.7080  | 51.09 |
| 440     | 173211.0000   | 99671.0842  | 42.46 |
| 480     | 170678.5343   | 99671.0842  | 41.60 |
| 5600    | 161546.0000   | 112392.0664 | 30.43 |
| 5960    | 154420.0000   | 112542.3315 | 27.12 |
| 1860000 | 154420.0000   | 128571.8825 | 16.74 |

El método aplica 10 cortes fraccionales de Gomory y el proceso no alcanza convergencia. En este momento, la información de los subproblemas generados alcanza 777.76 Mbytes de memoria RAM y la limitante inferior no avanza significativamente con respecto a la cantidad de información procesada. En esta ocasión, la incumbente del problema se alcanza con un esfuerzo computacional muy bajo (5960 pls), pero la solución que se obtiene no garantiza ser óptima.

#### 4.4.3. Sistema de prueba colombiano 2012

Se usan los valores  $\alpha=1000$  y  $Big M=30000$ . La tabla 4.15 resume el proceso del algoritmo B&B al resolver este sistema.

Tabla 4.15. Proceso B&B para sistema colombiano 2012

| <b>pls</b> | <b>fo incumbente</b> | <b>fo esperada</b> | <b>er(%)</b> |
|------------|----------------------|--------------------|--------------|
| 0          | 1283151.8349         | 347279.6545        | 72.94        |
| 60         | 1270600.8209         | 347430.8292        | 72.66        |
| 420        | 774245.0000          | 347430.8292        | 55.13        |
| 440        | 760188.6526          | 347430.8292        | 54.30        |
| 880        | 715351.3184          | 347430.8292        | 51.43        |
| 910        | 695402.7486          | 348360.0698        | 49.91        |
| 5600       | 656363.8965          | 374117.5468        | 43.00        |
| 66290      | 651438.8611          | 381968.3149        | 41.37        |
| 71240      | 635959.4041          | 382330.3459        | 39.88        |
| 141600     | 631314.8578          | 384459.9170        | 39.10        |
| 141730     | 620696.3176          | 384459.9170        | 38.06        |
| 151600     | 613568.0000          | 384622.2966        | 37.31        |
| 151860     | 602234.6213          | 384622.2966        | 36.13        |
| 1860000    | 602234.6213          | 390855.1611        | 35.10        |

En la última fila de la tabla 4.15 se observa un  $er=35.10\%$  que se encuentra muy lejos de alcanzar convergencia y el sistema se queda sin memoria.

Se observa en las tablas 4.11 a 4.13 que el algoritmo B&B muestra ser eficiente encontrando las soluciones óptimas de los sistemas en estudio para el modelo lineal disyuntivo requiriendo un bajo esfuerzo computacional al resolver un número bajo de subproblemas de PL. Las soluciones óptimas de los sistemas de Garver y Sur brasileiro ya eran conocidas y se encontraron usando un algoritmo de cortes de Benders en la referencia [31]. Sin embargo, en las tablas 4.15 y 4.16 se observa que el algoritmo B&B no alcanza convergencia para los sistemas Sur brasileiro sin redespacho y el sistema colombiano; además por si solo no garantiza que las soluciones alcanzadas sean óptimas.

Para el sistema colombiano la mejor solución conocida [10] presenta una inversión de  $US\ 560,002 \cdot 10^6$ , lo cual implica que alcanzar convergencia alrededor de esta solución usando el B&B, requiere de la solución de centenares de millones de subproblemas de PL que no es posible almacenar. Además, la incumbente del proceso alcanzada en la tabla 4.16 es una solución de baja calidad respecto a la mejor solución conocida. Por lo tanto, se necesita la inclusión de nuevas herramientas que fortalezcan el proceso B&B de tal manera que pueda encontrar soluciones de alta calidad con esfuerzos computacionales bajos, y se justifica la propuesta de este trabajo. Para poder garantizar que la solución alcanzada tiene una probabilidad cercana a 1 de ser la solución óptima, se debe fortalecer el algoritmo B&B con conjuntos iniciales de variables en la base de tal manera que pueda alcanzar la misma solución final y la posible convergencia del proceso.



#### **4.5. RESULTADOS PARA EL MODELO LINEAL DISYUNTIVO USANDO EL ALGORITMO GRASP-SA COMO INICIALIZADOR DEL PROCESO B&B**

Se usa este algoritmo en el sistema sur brasilero sin redespacho de la generación pues no alcanza la convergencia del proceso B&B y el sistema colombiano 2012 con redespacho pues no alcanza soluciones de buena calidad ni la convergencia del proceso.

Los parámetros involucrados en el algoritmo GRASP-SA se ajustan después de realizar diferentes pruebas de ensayo y error hasta obtener soluciones de buena calidad que se pueden comparar con las mejores soluciones conocidas de estos sistemas de prueba. Con respecto al factor de penalización al corte de carga, se ajusta de tal manera que el algoritmo se mueva en regiones infactibles con una tolerancia  $w_0$ , por lo tanto, las propuestas con función objetivo con corte de carga menores a  $w_0$  se acepten y permiten al proceso de optimización explorar en regiones discretas infactibles atractivas dando la posibilidad al método de escapar de óptimos locales que no presentan racionamiento que impiden al algoritmo ejecutar movimientos rápidos hacia otras regiones atractivas del espacio discreto.

El tamaño de la población que se explora da el número de iteraciones GRASP del proceso. El proceso de intensificación alrededor de cada solución sigue principalmente la filosofía de SA pero un movimiento del algoritmo se basa en una lista de la fase constructiva de GRASP.

##### **4.5.1. Sistema de prueba sur brasilero**

Los parámetros de ajuste para este proceso toman los siguientes valores:

Tamaño de la población:

Se usa una muestra de 20 configuraciones iniciales

Factor de penalización al corte de carga:

$\alpha=1000$

Corte de carga permitido para evaluar un movimiento:

$w_0=10 MW$

Parámetros de control para listas de opciones:

$\lambda=[0.05,0.2,0.4,0.6,0.8,0.95]$

Cálculo de  $T0$ :

Se usa el programa de la figura 3.2.

Tamaño de la cadena de Markov:

$N_k = \lceil nl, 3 * nl \rceil$ , siendo  $nl$  el número de líneas del sistema

Programa de enfriamiento:

Se sigue un programa de caída exponencial, para evitar exploraciones exhaustivas alrededor de cada elemento de la población.

Actualización de la cadena de Markov en cada nivel de temperatura:

$$N_{k+1} = [1.05-1.20] * N_k$$

Actualización de las probabilidades de parámetros de control para listas de opciones:

Cada  $n_p = 50$  movimientos

Las tablas (4.16) y (4.17) resumen los datos de las poblaciones iniciales y finales obtenidas al aplicar el algoritmo.

La primera columna de estas tablas contiene las variables  $n_{ij}$  incluidas en la propuesta  $x_k$  de las siguientes columnas y el respectivo costo de inversión se muestra en la segunda fila.

En la población inicial, las columnas contienen las propuestas  $x_k$  que se obtienen usando el modelo de mínimo corte de carga (3.15) aplicando la fase constructiva de GRASP. En la población final, las columnas contienen las propuestas  $x_k$  después de un proceso de intensificación a cada elemento de la población inicial usando los criterios de SA al generarse listas a partir del parámetro de control  $\lambda_i$  asignados inicialmente y actualizados cada  $n_p$  movimientos según los criterios del GRASP reactivo. Cada propuesta contiene un valor de corte de carga  $w_0$  que a su vez interviene en el proceso de decisión del algoritmo SA.

Tabla 4.16. Población inicial sistema sur brasilero sin redespacho

[illegible]

Tabla 4.17. Población final del sistema sur brasilero

| $\begin{matrix} s \\ n_{ij} \end{matrix}$ | 172870   | 176196   | 168880   | 177876   | 157863   | 169519   | 167870   | 167774   | 166194   | 172502   | 170895   | 161092   | 172870   | 165529   | 165376   | 157198   | 168314   | 185013   | 172692   | 161188   |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 13-20                                     |          |          |          |          |          |          |          |          |          | 1        |          |          |          |          |          |          | 1        |          |          |          |
| 14-15                                     |          |          |          |          |          |          | 1        |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| 18-19                                     |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          | 1        |          |
| 19-25                                     |          |          | 1        |          |          |          | 1        | 1        |          | 1        | 1        | 1        |          | 1        | 1        | 1        |          | 1        |          |          |
| <b>20-21</b>                              | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> |
| <b>24-25</b>                              | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> |
| 25-32                                     | 1        | 1        |          | 1        | 1        | 1        |          |          | 1        |          |          |          | 1        |          |          |          | 1        |          | 1        | 1        |
| 26-29                                     | 3        | 3        | 4        | 3        |          |          | 4        | 3        |          | 2        | 2        | 3        | 3        | 2        | 2        | 2        |          | 3        |          |          |
| 27-29                                     |          |          | 1        |          |          |          | 1        | 2        |          | 1        | 2        | 1        |          | 1        | 1        | 1        |          |          |          |          |
| 28-30                                     |          |          | 1        | 1        |          | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        | 1        |          | 2        | 1        | 1        |          |          |          |          |
| 28-31                                     | 1        | 1        |          | 1        | 1        | 1        |          |          | 1        |          |          |          | 1        |          |          |          | 1        | 1        | 1        | 1        |
| 28-41                                     |          | 1        |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          | 1        | 1        |          |
| 29-30                                     |          |          | 2        |          |          |          | 2        | 2        |          | 3        | 2        | 2        |          | 2        | 3        | 2        |          |          |          |          |
| <b>31-32</b>                              | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> |
| 31-41                                     |          |          |          | 1        | 1        |          |          |          | 1        |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| 32-43                                     | 1        |          |          |          |          | 1        |          |          |          |          |          |          | 1        |          |          |          | 1        |          |          | 1        |
| 36-37                                     |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          | 1        |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| 40-41                                     |          | 1        |          | 1        | 1        |          |          |          | 1        |          |          |          |          |          |          |          |          | 1        | 1        |          |
| <b>42-43</b>                              | <b>2</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>1</b> | <b>2</b> |
| <b>46-6</b>                               | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> |
| <b>5-6</b>                                | <b>2</b> |          | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b> |

En la población final, se observan las siguientes características importantes que se pueden tener en cuenta en el problema de planeamiento:

- A pesar de que las propuestas de inversión tienen una función objetivo un poco alejadas de la mejor solución del sistema conservan elementos de las configuraciones iniciales. Esta característica la poseen prácticamente todos los métodos combinatoriales y les permite evolucionar a soluciones de mejor calidad, incluso las óptimas.
- Parámetros muy importantes del sistema de prueba están presentes en la mayoría de configuraciones. Aunque en el algoritmo híbrido GRASP-SA se usan solamente los mecanismos básicos con los cuales funcionan, gran porcentaje de variables de la solución óptima se definen claramente.

De las tablas de datos obtenidas, se observa en la población final que las líneas en negrita están presentes en la mayoría de configuraciones alcanzadas. Inicialmente, se escogen como conjunto  $\Omega_i$  del cual se pueden obtener diferentes subconjuntos para iniciar el algoritmo B&B.

$$\Omega_i = \{n_{20-21}=1, n_{24-25}=2, n_{31-32}=1, n_{42-43}=1, n_{46-6}=1, n_{5-6}=2\}$$

Inicialmente y con propósitos académicos que buscan fortalecer la conjetura que soporta esta tesis para observar el comportamiento del algoritmo B&B, se escoge al azar los siguientes subconjuntos, pero se debe tener en cuenta las consideraciones de la sección 3.3.6 para obtener un método mas especializado.

$$\Omega_1 = \{n_{20-21}=1, n_{24-25}=2\}$$

$$\Omega_2 = \{n_{31-32}=1, n_{42-43}=2\}$$

$$\Omega_3 = \{n_{46-6}=1, n_{5-6}=2\}$$

$$\Omega_4 = \{n_{20-21}=1, n_{24-25}=2, n_{31-32}=1\}$$

$$\Omega_5 = \{n_{42-43}=1, n_{46-6}=1 \text{ y } n_{5-6}=2\}$$

$$\Omega_6 = \{n_{20-21}=1, n_{24-25}=2, n_{31-32}=1, n_{42-43}=2\}$$

$$\Omega_7 = \{n_{31-32}=1, n_{42-43}=2, n_{46-6}=1, n_{5-6}=2\}$$

$$\Omega_8 = \{n_{20-21}=1, n_{24-25}=2, n_{31-32}=1, n_{42-43}=1 \text{ y } n_{46-6}=1\}$$

$$\Omega_9 = \{n_{24-25}=1, n_{31-32}=1, n_{42-43}=1, n_{46-6}=1 \text{ y } n_{5-6}=2\}$$

$$\Omega_{10} = \{\Omega_i\}$$

Al montar cada subconjunto en la base del problema, se debe tener cuidado de actualizar el límite superior de las variables para no distorsionar el espacio discreto original del problema, evitando así que se pierda la solución óptima.

La tabla (4.18) resume el proceso del algoritmo al incluir cada subconjunto  $\Omega_k$  en la topología base inicial del sistema de prueba, mostrando en cada caso el número de *pls* en que se alcanza la incumbente del proceso y el número de *pls* en que se satura la memoria del sistema o se alcanza convergencia. Es decir, se resume las tablas de desempeño de B&B en cada caso.

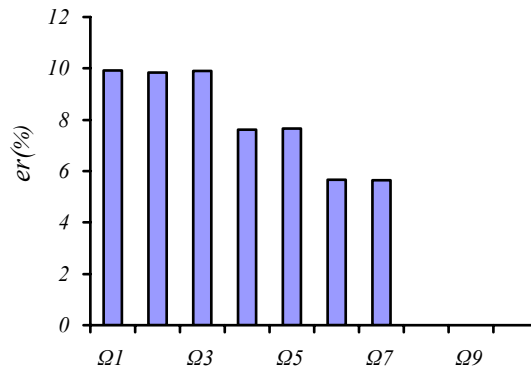
Tabla 4.18. Resumen proceso B&B al incluir  $\Omega_k$  en sistema sur sin redespacho

| $\Omega_k$    | <i>pls</i> | <i>fo incumbente</i> | <i>fo esperada</i> | <i>er(%)</i> |
|---------------|------------|----------------------|--------------------|--------------|
| $\Omega_1$    | 9950       | 154420.00            | 124715.1009        | 19.24        |
|               | 2580000    | 154420.00            | 139089.3710        | 9.93         |
| $\Omega_2$    | 746253     | 154420.00            | 136998.5782        | 11.28        |
|               | 2760000    | 154420.00            | 139213.7498        | 9.85         |
| $\Omega_3$    | 78070      | 154420.00            | 133802.4446        | 13.35        |
|               | 2640000    | 154420.00            | 139126.2380        | 9.90         |
| $\Omega_4$    | 442000     | 154420.00            | 136661.2989        | 11.50        |
|               | 5960000    | 154420.00            | 142670.9264        | 7.61         |
| $\Omega_5$    | 4110       | 154420.00            | 127084.4672        | 17.70        |
|               | 5750000    | 154420.00            | 142574.3913        | 7.67         |
| $\Omega_6$    | 15090      | 154420.00            | 132913.0861        | 13.93        |
|               | 4630000    | 154420.00            | 145658.1124        | 5.67         |
| $\Omega_7$    | 703360     | 154420.00            | 141823.0070        | 8.16         |
|               | 4790000    | 154420.00            | 145697.4974        | 5.65         |
| $\Omega_8$    | 200        | 154420.00            | 124583.0891        | 19.32        |
|               | 1119771    | 154420.00            | 154420.0000        | 0.00         |
| $\Omega_9$    | 33508      | 154420.00            | 146319.7307        | 5.25         |
|               | 385716     | 154420.00            | 154420.0000        | 0.00         |
| $\Omega_{10}$ | 2374       | 154420.00            | 143063.8301        | 7.35         |
|               | 183058     | 154420.00            | 154420.0000        | 0.00         |

La solución alcanzada presenta la siguiente configuración:

$$\begin{array}{ccccc}
 n_{20-21} = 1 & n_{42-48} = 2 & n_{46-06} = 1 & n_{19-25} = 1 & n_{31-32} = 1 \\
 n_{28-30} = 1 & n_{26-29} = 3 & n_{24-25} = 2 & n_{29-30} = 2 & n_{05-06} = 2
 \end{array}$$

Las gráficas 4.1, 4.2 y 4.3 muestran el comportamiento del método al incluir los subconjuntos en el sistema base del problema.



Gráfica 4.1. Convergencia del proceso B&B en sistema sur sin redespacho al incluir los subconjuntos  $\Omega_k$  en la base del problema

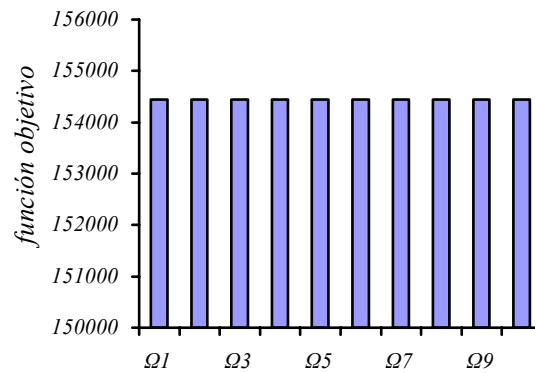


Gráfico 4.2. Función objetivo alcanzada por B&B en sistema sur sin redespacho al incluir los subconjuntos  $\Omega_k$  en la base del problema

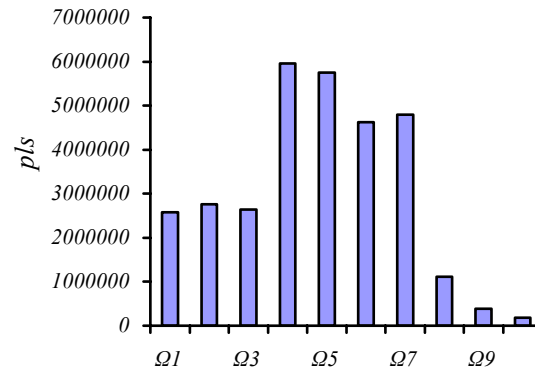


Gráfico 4.3. Esfuerzo computacional requerido por B&B en sistema sur sin redespacho al incluir los subconjuntos  $\Omega_k$  en la base del problema

Comparando las gráficas 4.1, 4.2 y 4.3 con las tablas 4.15 y 4.18, se observan las siguientes características:

- En este sistema, el algoritmo B&B por si solo alcanza la mejor solución del problema, pero la convergencia del proceso presenta un valor de  $er=16.74\%$  que de entrada da la opción de encontrar una solución de mejor calidad en el espacio discreto del problema que inicialmente no puede ser sondado en su totalidad.
- En todos los casos, el proceso de convergencia de B&B se favorece al observar limitantes inferiores que se aproximan a la incumbente con un esfuerzo computacional relativamente bajo.

- La mejor solución posible, con función objetivo de  $US154,440*10^6$  tiene una probabilidad cercana a 1 de ser la solución óptima del problema pues el método alcanza convergencia en diferentes casos, y en los cuales no alcanza convergencia, la tendencia del proceso B&B en todos los casos es encerrar esta solución.
- El esfuerzo computacional necesario para alcanzar la mejor solución del problema varía dependiendo del subconjunto incluido en la base, de igual manera que el requerido para alcanzar convergencia. Se observa que las pruebas de sondaje de B&B se aplican mas rápidamente en las regiones encerradas por los subconjuntos iniciales al procesar un volumen mas elevado de *pls* sin saturar la memoria del sistema.

En esta parte, el conocimiento del sistema de transmisión genera información vital para seleccionar *elementos influyentes* que pueden guiar de manera inteligente el algoritmo, permitiendo a su vez que B&B sea mas eficiente.

- Los métodos combinatoriales encuentran los valores exactos de las variables iniciales, ya que en la solución final no se observa ninguna variación. Esto permite que otras herramientas importantes puedan ser incluidas para resolver el problema, como en el caso de la inclusión de *bloques de transmisión* que a pesar de no ser encontrados con subrutinas especializadas en la parte inicial por medio del algoritmo GRASP-SA, se pueden observar en la población final. De esta manera, se da una herramienta mas fuerte que permite disminuir drásticamente el esfuerzo computacional del problema.
- Se observa que al aumentar el tamaño del conjunto inicial se mejora el proceso de convergencia. La tendencia del proceso es encerrar las soluciones de mejor calidad que alcanza el B&B. Como se alcanza convergencia al incluir  $\Omega_8$ ,  $\Omega_9$  y  $\Omega_{10}$  se tiene una probabilidad cercana a 1 de obtener la solución óptima del problema.
- Los métodos combinatoriales trabajan de manera eficiente en las regiones donde se encuentran las soluciones de mejor calidad para el problema de planeamiento, lo cual se puede aprovechar para conocer el número de componentes que poseen los corredores de transmisión y de esta manera poder ofrecer al planeador del sistema la posibilidad de manipular los modelos de planeamiento reduciendo de manera sustancial la cantidad de información que procesa el algoritmo B&B para alcanzar soluciones de alta calidad y brindar de esta manera la posibilidad de obtener diferentes configuraciones élite con función objetivo próximas a la solución óptima del problema, que pueden ser tenidas en cuenta en estudios posteriores al problema de planeamiento como la ubicación de reactivos, confiabilidad, etc.



#### 4.5.2. Sistema de prueba colombiano

Los parámetros de ajuste para este proceso toman los siguientes valores:

Tamaño de la población:

Se prueba con 20 configuraciones iniciales

Factor de penalización al corte de carga:

$$\alpha=1250$$

Corte de carga permitido para evaluar un movimiento:

$$w_0=15 \text{ MW}$$

Parámetros de control para listas de opciones:

$$\lambda=[0.05,0.15,0.25,0.35,0.45,0.55,0.65,0.75,0.85,0.95]$$

Cálculo de  $T0$ :

Se usa el programa de la figura 3.2.

Tamaño de la cadena de Markov:

$$N_k=[3*nl,4*nl]$$

Programa de enfriamiento:

Se sigue un programa de caída exponencial, para evitar exploraciones exhaustivas alrededor de cada elemento de la población.

Actualización de la cadena de Markov en cada nivel de temperatura:

$$N_{k+1}=[1.15-1.20]*N_k$$

Actualización de las probabilidades de parámetros de control para listas de opciones:

Cada  $n_p=200$  movimientos

Las tablas (4.19) y (4.20) resumen los datos de las poblaciones iniciales y finales obtenidas al aplicar el algoritmo.

Tabla 4.19. Población inicial del sistema colombiano

| $\begin{matrix} s \\ n_{ij} \end{matrix}$ | 720771 | 813362 | 707501 | 740734 | 932338 | 972735 | 855092 | 700993 | 864237 | 714261 | 754561 | 707753 | 929245 | 714261 | 714261 | 961014 | 801369 | 711624 | 784999 | 705116 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 52-88                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 15-18                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 56-81                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 55-57                                     |        | 1      |        | 1      |        | 1      | 1      | 1      |        |        | 2      | 1      | 1      |        |        |        | 3      |        |        | 1      |
| 57-84                                     | 1      |        | 1      |        | 1      |        |        |        | 1      | 1      |        |        |        | 1      | 1      | 1      |        | 1      | 1      |        |
| 55-84                                     | 2      | 1      | 2      | 1      | 2      | 1      | 1      | 1      | 2      | 2      | 1      | 1      | 1      | 2      | 2      | 2      | 1      | 2      | 2      | 1      |
| 56-57                                     | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      |
| 55-62                                     | 1      |        | 1      | 2      |        |        | 1      | 1      | 1      | 2      | 2      | 2      |        | 2      | 2      |        | 2      | 2      | 1      | 2      |
| 29-31                                     |        |        |        | 1      |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | 1      |        |        |        |        |
| 27-64                                     |        | 1      |        |        | 1      |        | 1      |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | 1      |        | 1      |
| 27-29                                     | 1      |        | 1      | 1      |        | 1      |        | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |        | 1      |        |
| 73-74                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |        | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 29-64                                     | 1      |        | 1      | 1      |        | 1      |        | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |        | 1      |        |
| 62-73                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 45-81                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 64-74                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 19-82                                     | 2      | 1      | 1      | 2      | 1      | 2      | 2      | 1      | 2      | 2      | 2      | 2      | 1      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 1      | 2      |
| 55-82                                     | 1      | 3      | 1      |        | 3      | 3      | 1      | 1      | 1      |        |        |        | 3      |        |        | 3      |        |        | 1      |        |
| 62-82                                     |        | 1      |        |        |        | 1      |        |        |        |        |        |        |        |        |        | 1      |        |        |        |        |
| 82-85                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 2      | 2      | 2      | 1      | 2      | 1      | 1      | 1      | 2      | 1      | 1      | 2      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 68-86                                     | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |        | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 90-91                                     |        |        |        |        | 1      | 1      | 1      |        | 1      |        |        |        | 1      |        |        | 1      |        |        |        |        |
| 85-91                                     |        |        |        |        | 1      | 1      | 1      |        | 1      |        |        |        | 1      |        |        | 1      |        |        |        |        |

Tabla 4.20. Población final del sistema colombiano

[illegible]

De las tablas de datos obtenidas, se observa en la población final que las líneas en negrita están presentes en la mayoría de configuraciones alcanzadas. Inicialmente, se escogen como conjunto  $\Omega_i$  del cual se pueden obtener diferentes subconjuntos para iniciar el algoritmo B&B.

$$\Omega_i = \{n_{15-18}=1, n_{19-82}=\{1,2\}, n_{43-88}=2, n_{55-62}=1, n_{55-84}=\{1,2\}, n_{56-57}=1, n_{62-73}=1, n_{68-86}=1, n_{82-85}=1\}$$

En este sistema en particular, del apéndice A.4 se observa que el nodo 88 es una nueva central de generación que necesita ser conectada al sistema, y en el conjunto inicial  $\Omega_i$  se puede observar que la variable  $n_{43-88}$  está presente y puede ayudar al proceso B&B a ser mas eficiente.

$$\Omega_1 = \{\Omega_i\}$$

$$\Omega_2 = \{\Omega_i + n_{55-57}=1\}$$

$$\Omega_3 = \{n_{43-88}=2; n_{55-62}=1; n_{56-57}=1; n_{62-73}=1; n_{82-85}=1\}$$

$$\Omega_4 = \{n_{43-88}=2; n_{55-62}=1; n_{62-73}=1; n_{82-85}=1\}$$

$$\Omega_5 = \{n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{68-86}=1\}$$

$$\Omega_6 = \{n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{68-86}=1\}$$

$$\Omega_7 = \{n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{43-88}=2\}$$

$$\Omega_8 = \{n_{15-18}=1; n_{55-84}=1; n_{68-86}=1\}$$

$$\Omega_9 = \{n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{55-84}=1; n_{68-86}=1\}$$

$$\Omega_{10} = \{n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{55-84}=1; n_{68-86}=1; n_{82-85}=1\}$$

$$\Omega_{11} = \{n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{62-73}=1\}$$

$$\Omega_{12} = \{n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{55-62}=1; n_{62-73}=1\}$$

$$\Omega_{13} = \{n_{15-18}=1; n_{43-88}=2; n_{55-62}=1; n_{62-73}=1; n_{82-85}=1\}$$

$$\Omega_{14} = \{n_{43-88}=2; n_{62-73}=1; n_{68-86}=1; n_{82-85}=1\}$$

$$\Omega_{15} = \{n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{62-73}=1; n_{82-85}=1\}$$

$$\Omega_{16} = \{n_{15-18}=1; n_{43-88}=2; n_{56-57}=1; n_{62-73}=1; n_{82-85}=1\}$$

$$\Omega_{17} = \{ n_{15-18}=1; n_{43-88}=2; n_{55-62}=1; n_{56-57}=1; n_{62-73}=1; n_{82-85}=1 \}$$

$$\Omega_{18} = \{ n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{56-57}=1; n_{62-73}=1; n_{82-85}=1 \}$$

$$\Omega_{19} = \{ n_{15-18}=1; n_{43-88}=2; n_{56-57}=1; n_{62-73}=1; n_{68-86}=1; n_{82-85}=1 \}$$

$$\Omega_{20} = \{ n_{15-18}=1; n_{55-62}=1; n_{56-57}=1; n_{62-73}=1; n_{68-86}=1; n_{82-85}=1 \}$$

$$\Omega_{21} = \{ n_{55-62}=1; n_{55-84}=1; n_{56-57}=1; n_{62-73}=1; n_{68-86}=1; n_{82-85}=1 \}$$

$$\Omega_{22} = \{ n_{43-88}=2; n_{68-86}=1; n_{82-85}=1 \}$$

$$\Omega_{23} = \{ n_{15-18}=1; n_{43-88}=2; n_{68-86}=1; n_{82-85}=1 \}$$

$$\Omega_{24} = \{ n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{82-85}=1 \}$$

$$\Omega_{25} = \{ n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{68-86}=1 \}$$

$$\Omega_{26} = \{ n_{15-18}=1; n_{19-82}=2; n_{43-88}=2; n_{55-84}=1; n_{68-86}=1 \}$$

El subconjunto  $\Omega_2$  se obtiene al observar alrededor del nodo 55 (anexo A.4), las líneas de transmisión componentes de la población final que se encuentran conectadas a este nodo. Aunque la variable  $n_{55-57}$  no hace parte de  $\Omega_i$ , en conjunto con  $n_{55-62}$ ,  $n_{55-84}$  y  $n_{56-57}$  construyen un bloque de transmisión importante del sistema, que ayuda a reducir el esfuerzo computacional del proceso B&B.

De igual manera que en el sistema sur brasileiro sin redespacho, al montar cada subconjunto en la base del problema, se debe tener cuidado de actualizar el límite superior de las variables para no distorsionar el espacio discreto original del problema.

La tabla (4.19) resume el proceso del algoritmo al incluir cada subconjunto  $\Omega_k$  en la topología base inicial del sistema de prueba colombiano con redespacho, mostrando en cada caso el número de *pls* en que alcanza la incumbente del proceso y el número de *pls* en que se satura la memoria del sistema o se alcanza convergencia. Es decir, se resume las tablas de desempeño de B&B en cada caso.

Tabla 4.19. Resumen proceso B&B al incluir  $\Omega_k$  en la base del sistema colombiano con redespacho de la generación

| $\Omega_k$    | <i>pls</i> | <i>fo incumbente</i> | <i>fo esperada</i> | <i>er(%)</i> |
|---------------|------------|----------------------|--------------------|--------------|
| $\Omega_1$    | 173200     | 560423.7830          | 536495.7718        | 4.27         |
|               | 5325320    | 560423.7830          | 560423.0000        | 0.00         |
| $\Omega_2$    | 178000     | 560423.7830          | 544314.9555        | 2.87         |
|               | 3416215    | 560423.7830          | 560423.7830        | 0.00         |
| $\Omega_3$    | 166800     | 575915.6251          | 500240.6493        | 13.14        |
|               | 1330000    | 575915.6251          | 504849.0330        | 12.34        |
| $\Omega_4$    | 464800     | 585316.6739          | 492285.6220        | 15.89        |
|               | 1350000    | 585316.6739          | 498160.4667        | 14.89        |
| $\Omega_5$    | 312000     | 560423.7830          | 455482.3342        | 18.73        |
|               | 1340000    | 560423.7830          | 469246.2723        | 16.27        |
| $\Omega_6$    | 206810     | 595706.9999          | 436983.8458        | 26.64        |
|               | 1300000    | 595706.9999          | 441601.1966        | 25.87        |
| $\Omega_7$    | 364000     | 577515.5414          | 443364.9758        | 23.23        |
|               | 1290000    | 577515.5414          | 449090.2144        | 22.24        |
| $\Omega_8$    | 538000     | 591121.4704          | 407022.1886        | 31.14        |
|               | 1280000    | 591121.4704          | 410389.9887        | 30.57        |
| $\Omega_9$    | 292800     | 584633.3202          | 420306.4916        | 28.11        |
|               | 730000     | 584633.3202          | 426620.9528        | 27.03        |
| $\Omega_{10}$ | 1097098    | 596288.1653          | 473876.4900        | 20.53        |
|               | 1360000    | 596288.1653          | 475153.9332        | 20.31        |
| $\Omega_{11}$ | 186010     | 579790.9364          | 470706.0046        | 18.81        |
|               | 1380000    | 579790.9364          | 481771.7121        | 16.91        |
| $\Omega_{12}$ | 1294000    | 572912.2341          | 491451.7300        | 14.22        |
|               | 1380000    | 572912.2341          | 491543.0193        | 14.20        |
| $\Omega_{13}$ | 957600     | 561405.7830          | 502274.4216        | 10.53        |
|               | 1450000    | 561405.7830          | 504311.5278        | 10.17        |
| $\Omega_{14}$ | 387610     | 569381.7246          | 498739.5360        | 12.41        |
|               | 1060000    | 569381.7246          | 502844.9380        | 11.69        |
| $\Omega_{15}$ | 1288800    | 583145.1302          | 516118.7265        | 11.49        |
|               | 1400000    | 583145.1302          | 516439.8830        | 11.44        |
| $\Omega_{16}$ | 841600     | 563399.0000          | 501363.1269        | 11.01        |
|               | 1450000    | 563399.0000          | 504006.8389        | 10.54        |
| $\Omega_{17}$ | 1018800    | 566931.7830          | 509880.1253        | 10.06        |
|               | 1400000    | 566931.7830          | 511405.4164        | 9.79         |
| $\Omega_{18}$ | 938400     | 562417.0000          | 509790.4849        | 9.36         |
|               | 1490000    | 562417.0000          | 513175.9618        | 8.76         |
| $\Omega_{19}$ | 1999200    | 561405.7830          | 522216.0330        | 6.98         |
|               | 2380000    | 561405.7830          | 523121.5165        | 6.82         |
| $\Omega_{20}$ | 1066440    | 572347.6106          | 495977.9704        | 13.34        |
|               | 1400000    | 572347.6106          | 500671.7465        | 12.52        |

Tabla 4.19. Resumen proceso B&B al incluir  $\Omega_k$  en la base del sistema colombiano con redespacho de la generación

|               |         |             |             |       |
|---------------|---------|-------------|-------------|-------|
| $\Omega_{21}$ | 160     | 587019.0000 | 442659.6808 | 24.59 |
|               | 1310000 | 587019.0000 | 505457.5353 | 13.89 |
| $\Omega_{22}$ | 790800  | 588838.0000 | 480102.5075 | 18.47 |
|               | 1300000 | 588838.0000 | 482620.0288 | 18.04 |
| $\Omega_{23}$ | 70800   | 576006.1578 | 458965.6546 | 20.32 |
|               | 1320000 | 576006.1578 | 479945.1975 | 16.68 |
| $\Omega_{24}$ | 694000  | 587233.2848 | 479363.2112 | 18.37 |
|               | 700000  | 587233.2848 | 479471.0152 | 18.35 |
| $\Omega_{25}$ | 85600   | 569777.0000 | 446693.3357 | 21.60 |
|               | 1330000 | 569777.0000 | 454327.8750 | 20.26 |
| $\Omega_{26}$ | 1097078 | 596288.1653 | 473876.4900 | 20.53 |
|               | 1360000 | 596288.1653 | 475153.9332 | 20.31 |

La mejor configuración alcanzada presenta la siguiente solución:

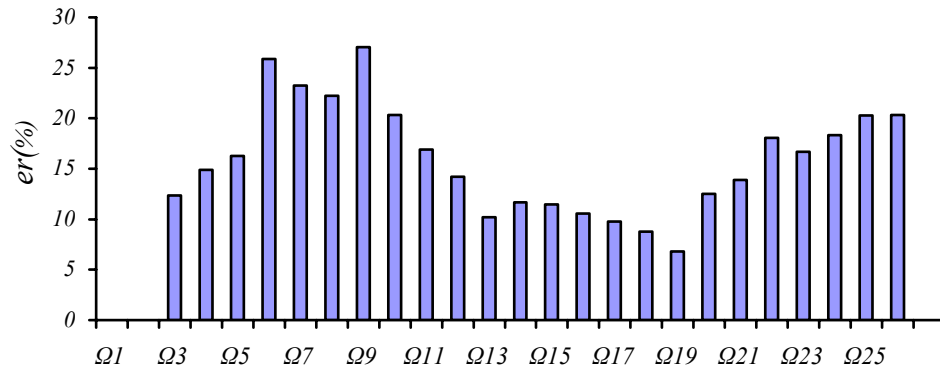
$$n_{43-88} = 2, n_{15-18} = 1, n_{30-65} = 1, n_{30-72} = 1, n_{55-57} = 1, n_{55-84} = 1, n_{56-57} = 1, n_{55-62} = 1, n_{27-29} = 1,$$

$$n_{29-64} = 1, n_{50-54} = 1, n_{62-73} = 1, n_{54-56} = 1, n_{72-73} = 1, n_{19-82} = 2, n_{82-85} = 1, n_{68-86} = 1$$

$$v = 560002 * 10^6 U \$$$

$$r = 0.422 MW$$

Las gráficas 4.4, 4.5 y 4.6 muestran el comportamiento del método al incluir los subconjuntos en el sistema base del problema.



Gráfica 4.4. Convergencia del proceso B&B en sistema colombiano con redespacho al incluir los subconjuntos  $\Omega_k$  en la base del problema

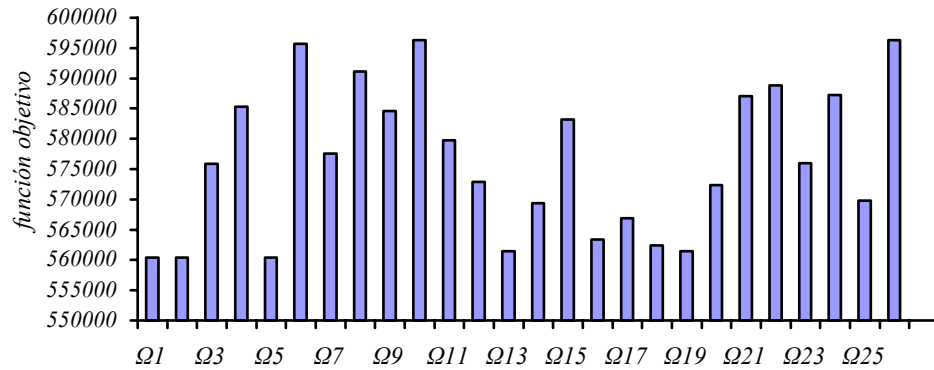


Gráfico 4.5. Función objetivo alcanzada por B&B en sistema colombiano con redespacho al incluir los subconjuntos  $\Omega_k$  en la base del problema

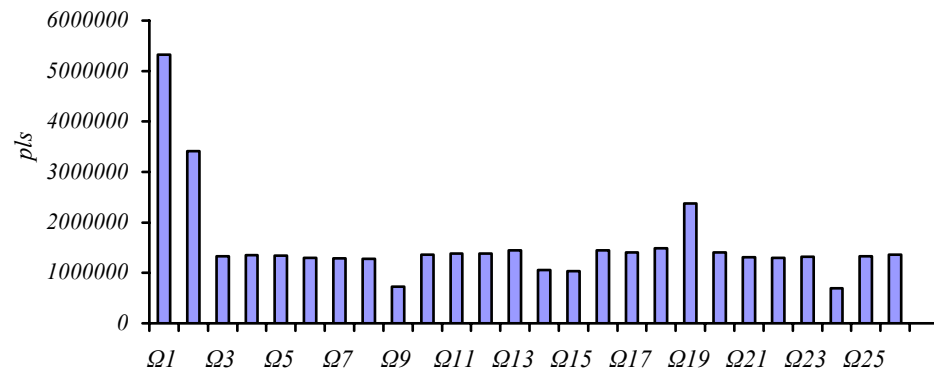


Gráfico 4.6. Esfuerzo computacional requerido por B&B en sistema colombiano con redespacho al incluir los subconjuntos  $\Omega_k$  en la base del problema

Comparando las gráficas 4.4, 4.5 y 4.6 con las tablas 4.16 y 4.19, se observan las siguientes características:

- En este sistema el algoritmo B&B por si solo alcanza una solución de baja calidad ( $f.o=602234,6$ ) respecto a la mejor solución reportada en la tabla 4.19 ( $f.o=560423,7$ ).
- Al comparar los dos primeros casos, la inclusión de bloques de transmisión en la base inicial del problema reduce significativamente el esfuerzo computacional del proceso, dando la posibilidad al método de mejorar el proceso de convergencia resolviendo un menor número de *pls*.
- La mejor solución posible, con función objetivo 560423.7 posee una inversión de  $US560002 \cdot 10^6$  y un racionamiento de  $0.422MW$ , y tiene una probabilidad cercana a 1 de ser la solución óptima del problema pues B&B alcanza convergencia en dos casos diferentes alrededor de esta solución, y en



los demás casos la tendencia del proceso B&B consiste en poder alcanzar esta solución.

- La inclusión de subconjuntos iniciales que poseen líneas de transmisión costosas, favorecen el proceso de convergencia de B&B permitiendo obtener limitantes inferiores que están mas próximas a las incumbentes del proceso permitiendo la exploración de las regiones discretas donde se encuentran las soluciones de mejor calidad del problema.
- De igual manera que en el sistema sur brasilero sin redespacho, se observa que los métodos combinatoriales encuentran los valores exactos de las variables iniciales, ya que en la solución final no se observa la inclusión adicional de la misma variable. Adicionalmente, el conjunto  $\Omega_I$  extraído de la población final del sistema posee 9 de los 17 componentes de la mejor solución alcanzada.

Para el caso en que se incluye  $\Omega_I$  en la topología base se obtiene el desempeño del algoritmo B&B que se muestra en la tabla 4.20, caso especial del subconjunto inicial identificado por el algoritmo GRASP-SA donde se alcanza la convergencia del proceso B&B.

Tabla 4.20. Resumen proceso B&B al incluir  $\Omega_I$  en la base del sistema colombiano con redespacho

| pls     | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|---------|---------------|-------------|-------|
| 0       | 613798.2093   | 480603.8945 | 21.70 |
| 90      | 605288.2093   | 481049.3275 | 20.53 |
| 110     | 597756.3080   | 481049.3275 | 19.52 |
| 210     | 596150.6329   | 481049.3275 | 19.31 |
| 300     | 592168.3202   | 481049.3275 | 18.76 |
| 410     | 589189.9269   | 481049.3275 | 18.35 |
| 97200   | 583968.6329   | 531205.6578 | 9.04  |
| 98800   | 581132.6329   | 531367.9823 | 8.56  |
| 135380  | 573104.0387   | 534001.8969 | 6.82  |
| 135450  | 571157.0000   | 534001.8969 | 6.51  |
| 172000  | 562417.0000   | 536495.7718 | 4.61  |
| 173200  | 560423.7830   | 536495.7718 | 4.27  |
| 5325320 | 560423.7830   | 560423.7830 | 0.00  |

Como la función objetivo se compone del costo de inversión y el valor de racionamiento en el sistema asociado a la solución (ecuación 3.20), en la tabla 4.21 se muestran estos componentes por separado. La gráfica 4.7 muestra como se obtiene la mejor solución del sistema en función del número de subproblemas de PL resueltos, dando una medida del esfuerzo computacional del proceso B&B trabajando bajo las condiciones  $\Omega_I$ .

Tabla 4.21. Componentes de la función objetivo en la mejor solución alcanzada para el sistema colombiano con redespacho

| pls     | fo incumbente | costo de inversión | PNS(MW) |
|---------|---------------|--------------------|---------|
| 0       | 613798.2093   | 464828.000         | 148.970 |
| 90      | 605288.2093   | 456318.000         | 148.970 |
| 110     | 597756.3080   | 461830.000         | 135.926 |
| 210     | 596150.6329   | 585309.000         | 10.842  |
| 300     | 592168.3202   | 584964.000         | 7.204   |
| 410     | 589189.9269   | 587087.000         | 2.103   |
| 97200   | 583968.6329   | 573127.000         | 10.842  |
| 98800   | 581132.6329   | 570291.000         | 10.842  |
| 135380  | 573104.0387   | 552835.000         | 20.269  |
| 135450  | 571157.0000   | 571157.000         | 0.000   |
| 172000  | 562417.0000   | 562417.000         | 0.000   |
| 173200  | 560423.7830   | 560002.000         | 0.422   |
| 5325320 | 560423.7830   | 560002.000         | 0.422   |

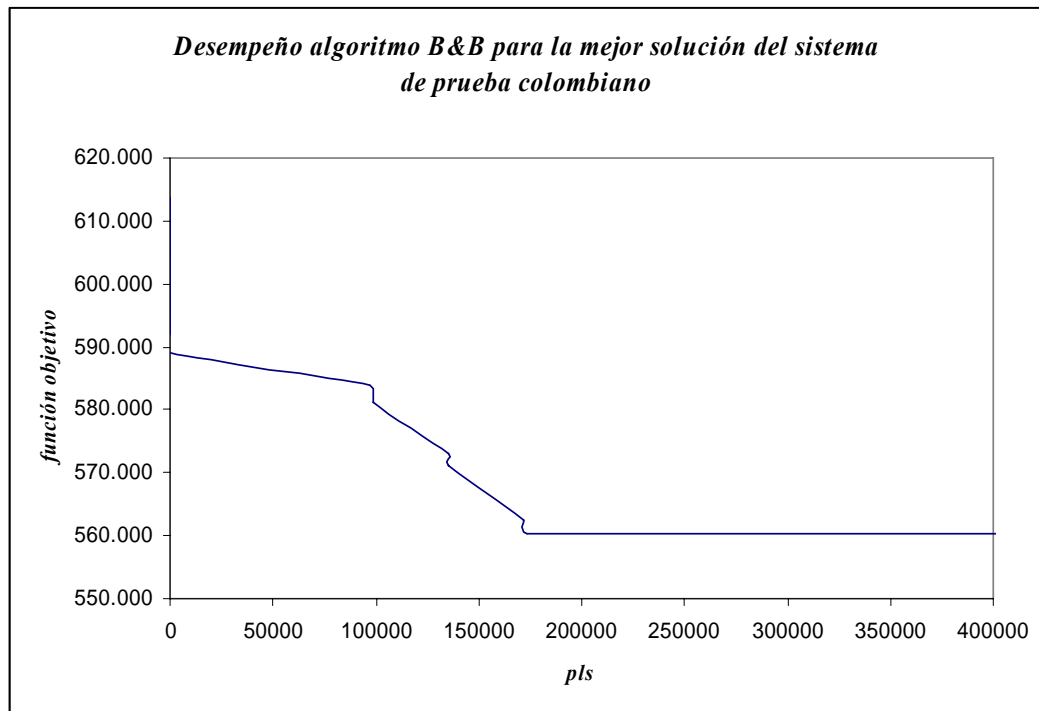


Gráfico 4.7. Resumen proceso B&B al incluir  $\Omega_i$  en la base del sistema colombiano con redespacho

En el sistema colombiano con redespacho de la generación, se observa adicionalmente que las soluciones alcanzadas con mejor función objetivo poseen hasta 2 circuitos por corredor de transmisión. Ajustando el modelo (3.20) a estas

condiciones e incluyendo a  $\Omega_I$  en la base, se resume el comportamiento de B&B con los datos de la tabla 4.22.

Tabla 4.22. Resumen proceso B&B al incluir  $\Omega_I$  ajustando el modelo a 2 líneas por corredor de transmisión en sistema colombiano con redespacho

| pls    | fo incumbente | fo esperada | er(%) |
|--------|---------------|-------------|-------|
| 0      | 613798.0000   | 480610.2732 | 21.70 |
| 240    | 590814.6910   | 495030.3865 | 16.21 |
| 3200   | 581750.3202   | 523227.0921 | 10.06 |
| 17180  | 576882.0387   | 539688.3277 | 6.45  |
| 17270  | 562417.0000   | 539699.8648 | 4.04  |
| 84070  | 560423.7380   | 555176.7542 | 0.94  |
| 127727 | 560423.7380   | 560423.7380 | 0.00  |

De igual manera que en el sistema sur brasilero sin redespacho, se observa que los métodos combinatoriales trabajan de manera muy eficiente en las regiones discretas donde se encuentran las mejores soluciones del problema. Esta información aún no es posible obtenerla de manera directa con los algoritmos exactos pero en el caso de planeamiento, el algortimo B&B se favorece al reducir enormes cantidades de posibilidades cuando se ajustan los modelos a otras condiciones que permiten encontrar soluciones de alta calidad con un muy bajo esfuerzo computacional.

El algoritmo B&B muestra ser eficiente resolviendo los problemas sur brasilero sin redespacho y colombiano con redespacho usando el modelo (3.20) al incluir en el sistema base conjuntos iniciales de variables identificadas previamente por algoritmos combinatoriales potentes. Los procesos de convergencia en esta metodología dependen en gran medida de las consideraciones expuestas en la sección 3.3.6 y varían dependiendo del tamaño de los subconjuntos. De igual manera, el esfuerzo computacional varía significativamente permitiendo a B&B explorar mas exhaustivamente las regiones discretas envueltas alrededor de los subconjuntos iniciales.

La solución óptima del sistema sur brasilero era conocida y fue encontrada usando cortes de Benders [31]. De igual manera, la mejor solución del sistema colombiano ya era conocida y fue encontrada usando algoritmos genéticos [10]. Como el proceso B&B converge al incluir en la base los subconjuntos  $\Omega_I$  y  $\Omega_2$ , y alcanza esta misma solución con el subconjunto  $\Omega_5$ , se tiene una probabilidad cercana a 1 de tener la solución óptima de este sistema, lo cual inicialmente no era posible concluir en [10].

#### 4.6. RESULTADOS USANDO INFORMACION DEL ALGORITMO B&B

Las técnicas combinatoriales, en general, evolucionan de manera inteligente conservando conjuntos de elementos que pertenecen a la solución óptima. Esta característica se observa durante los procesos de optimización cuando se encuentra una solución entera de mejor calidad. De igual manera, en el caso del algoritmo B&B, se debe aprovechar la información de los movimientos que hace el algoritmo cuando se encuentra una solución entera de mejor calidad pues necesariamente debe conservar componentes de las soluciones anteriores que le permiten evolucionar. Teniendo en cuenta esta información, el algoritmo B&B puede ser mas potente en los procesos de sondaje al tratar de resolver sistemas muy complejos de los que hasta el momento se conocen soluciones de alta calidad que no garantizan ser óptimas. La idea consiste en fortalecer el proceso de optimización con información de los elementos comunes en las soluciones enteras que encuentra el algoritmo para generar restricciones adicionales alrededor de estas variables, encerrando con menos esfuerzo computacional la solución óptima del problema. Esto está fuera del alcance de este trabajo, sin embargo, investigaciones posteriores del tema pueden tener en cuenta las siguientes características para generar un algoritmo B&B evolutivo que internamente posea las siguientes herramientas:

- Obtener un conjunto inicial de variables comunes en las soluciones enteras alcanzadas por el algoritmo.
- Clasificar los componentes del conjunto por medio de listas que asignen probabilidades de pertenecer a la solución óptima del problema.
- A partir de un determinado número de iteraciones donde no mejora la función objetivo de la solución entera incumbente alcanzada, escoger una variable del conjunto inicial que genere una restricción de la forma  $n_{ij} \geq 1$  la cual se debe incluir en los subproblemas que están almacenados durante el proceso y los que se generen a partir de ellos. Al incluir esta restricción adicional se elimina información fuera de la región de interés y por lo tanto debe permitir que los siguientes subproblemas generados sean sondados mas rápidamente dando la opción que B&B mejore su proceso de convergencia.
- Un problema envuelto al incorporar estas restricciones adicionales, es que nadie garantiza que la variable escogida pertenezca a la solución óptima del problema. Por lo tanto, el proceso es mas confiable al resolver de manera paralela el problema. Es decir, un sistema maestro debe asignar conjuntos de restricciones diferentes al proceso y al finalizar se debe comparar las soluciones alcanzadas.

Esta conjetura adicional se prueba en el sistema norte nordeste brasilero reducido de 79 nodos y 183 líneas usando el modelo de transportes haciendo una analogía a la

metodología presentada, pero usando el método B&B para observar elementos comunes de las soluciones enteras alcanzadas de donde se pueden seleccionar conjuntos iniciales de variables para incluir en la topología base.

Realizando el procedimiento descrito, se selecciona el siguiente conjunto:

$$\Omega_i = \{ n_{1-2}=1; n_{4-81}=1; n_{16-44}=6; n_{18-50}=6; n_{18-74}=6; n_{43-58}=1; n_{49-50}=1; n_{52-59}=1; n_{67-69}=1 \}$$

Al incluir este conjunto en la base permitiendo que cada camino de transmisión posea 6 circuitos, se obtiene la siguiente solución que se presenta con una limitante inferior de  $U\$5000$  procesando  $4,500,000$  pls.

$$\begin{array}{llllll} n_{1-2}=1, & n_{2-60}=1, & n_{4-5}=2, & n_{4-6}=1, & n_{4-68}=1, & n_{4-81}=3, \\ n_{5-56}=1, & n_{5-58}=2, & n_{5-60}=1, & n_{6-37}=1, & n_{13-15}=4, & n_{14-45}=1, \\ n_{15-16}=4, & n_{16-44}=6, & n_{16-61}=1, & n_{18-50}=7, & n_{18-74}=6, & n_{19-20}=1, \\ n_{21-57}=2, & n_{22-23}=1, & n_{22-37}=1, & n_{24-43}=1, & n_{25-55}=3, & n_{26-29}=2, \\ n_{29-30}=2, & n_{39-86}=4, & n_{40-45}=2, & n_{41-64}=2, & n_{42-44}=1, & n_{43-55}=2, \\ n_{43-58}=2, & n_{48-49}=2, & n_{49-50}=3, & n_{52-59}=1, & n_{53-86}=1, & n_{56-57}=1, \\ n_{61-64}=1, & n_{61-85}=2, & n_{67-68}=1, & n_{67-69}=1, & n_{67-71}=3, & n_{71-72}=1, \\ n_{72-73}=1, & n_{73-74}=2, & n_{73-75}=1, & n_{75-81}=1 & & \\ v=2341328 \end{array}$$

Por lo tanto, la solución óptima de este sistema en el modelo de transportes posee una inversión no inferior a  $2336328 * 10^6 US$  y la solución que se presenta es de muy alta calidad.

## Capítulo 5

### CONCLUSIONES

Los algoritmos combinatoriales GRASP y SA muestran ser eficientes para desarrollar diferentes herramientas con las cuales resolver el problema de planeamiento de la expansión de sistemas eléctricos de transmisión de sistemas complejos donde la aplicación directa de técnicas de solución exacta como branch and bound fracasan al explorar de manera exhaustiva el enorme volumen de posibilidades presentes en las regiones discretas que se obtienen al usar modelos de estudio mas próximos a la realidad.

Teniendo en cuenta que el algoritmo B&B resuelve modelos de optimización lineal entera-mixta (PLEM), se aprovecha esta ventaja para encontrar la solución óptima del sistema eléctrico colombiano usando el modelo lineal disyuntivo, pero se debe iniciar de manera inteligente en regiones discretas reducidas del espacio global donde hay altas probabilidades de encontrar la solución óptima del problema, permitiendo que se exploren menos volúmenes de información que saturan la memoria de los equipos de cómputo.

Al resolver el sistemas eléctrico colombiano 2012 de 230/500KV de 93 nodos y 155 líneas candidatas que involucra  $2^{620}$  opciones de planeamiento, usando los modelos de *transportes e híbrido lineal*, se observa que el algoritmo B&B es muy eficiente y obtiene las soluciones óptimas con un esfuerzo computacional reducido, pero en el modelo *lineal disyuntivo* solo alcanza soluciones de baja calidad.

Los algoritmos de optimización combinatorial GRASP y SA poseen mecanismos que simulan el comportamiento de fenómenos naturales que les permite evolucionar a soluciones de alta calidad en problemas complejos de optimización ***conservando conjuntos de atributos*** que hacen parte de diferentes soluciones posibles en el espacio discreto, incluyendo la solución óptima del problema. Esto permite desarrollar diferentes herramientas con las cuales soportar el proceso de funcionamiento de las técnicas de solución exactas que de entrada se ven limitadas en capacidad de almacenamiento de información. En el caso de planeamiento de

sistemas eléctricos de transmisión, la inclusión de variables en la topología base inicial del problema permite reducir el espacio discreto de soluciones y disminuye la cantidad de información que una técnica exacta debe procesar desde el inicio. Por lo tanto, se debe asegurar que las variables seleccionadas para incluir en el sistema base, se determinen usando herramientas matemáticas confiables, en este caso, como el algoritmo híbrido GRASP-SA que se soporta en medidas de sensibilidad potentes y además posee mecanismos internos que simulan fenómenos como la construcción de cristales perfectos.

Aunque en este trabajo se usa el indicador de sensibilidad de mínimo corte de carga para guiar los mecanismos del algoritmo híbrido propuesto, al usar otras medidas de sensibilidad, como las descritas en el capítulo 2, se debe encontrar de igual manera otros conjuntos de variables atractivas que inicialmente pueden contener componentes diferentes a los identificados usando medidas de mínimo corte de carga.

Como se puede inferir de los resultados que se alcanzan, al permitir que metodologías combinatoriales identifiquen de entrada conjuntos mínimos de variables que se contienen en poblaciones de elementos que siguen procesos de optimización se puede aprovechar esta información para reducir los espacios globales discretos ayudando los procesos de búsqueda de las metodologías exactas a alcanzar soluciones de alta calidad con menos esfuerzo computacional y menos procesamiento de información.

Otra característica que se observa es que las limitantes inferiores de búsqueda que se almacenan durante el proceso B&B, se aproximan mas a las incumbentes del proceso permitiendo que se alcance convergencia alrededor de la solución que se incluye en la base del problema. Por esto, es importante asegurar que la metodología que se usa en el proceso de selección de conjuntos de variables iniciales, tenga un soporte matemático muy confiable a la vez que se debe aprovechar al máximo la información del sistema de prueba.

Los resultados obtenidos, permiten concluir que las aproximaciones iniciales de los conjuntos de variables identificadas por los métodos combinatoriales, dan probabilidades muy altas de garantizar que las pruebas realizadas en los sistemas sur brasileiro y colombiano conducen a las soluciones óptimas de estos sistemas.

Se puede inferir que cualquier solución entera alcanzada por técnicas heurísticas o algoritmos mas sofisticados que satisfaga las condiciones del problema de planeamiento, contiene información que puede ser aprovechada para alcanzar soluciones de alta calidad, inclusive las óptimas. De igual manera, se puede inferir que cualquier solución entera factible para el problema de optimización contiene

componentes de las mejores soluciones del problema que brindan una enorme gama de posibilidades para desarrollar herramientas potentes con las cuales resolver cualquier problema de planeamiento y fortalecer de igual manera los métodos de solución clásicos que se siguen investigando.



## BIBLIOGRAFIA

- [1] *Aarts, E., Korrst, J.*: “Simulated Annealing and Boltzmann Machines”, John Wiley & Sons, 1989.
- [2] *Back, T.*: “Evolutionary Algorithm in Theory and Practice”, Oxford University Press, 1996.
- [3] *Binato, S.*: “Expansão Ótima de Sistemas de Transmissão Através de Decomposição de Benders e Técnicas de Planos Cortantes”, Tese de doutorado, UFRJ, 2000.
- [4] *Binato, S., Couto, G., Lizardo J.*: “A Greedy Randomized Adaptive Search Procedure for Transmission Expansion Planning”, IEEE Trans on Power Power Syst, Vol. 16. No. 2, pp. 247-253, 2001.
- [5] *Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A., Raman, R.*: “GAMS: A User’s Guide”, GAMS Development Corporation, 1998.
- [6] *Carreño, E., Escobar, A., Gallego, R.*: “Planeamiento de Sistemas de Transmisión Usando Branch and Bound con Pseudocostos”, II Congreso Internacional de Ingenierías Eléctrica y Electrónica, Bogotá, 2003.
- [7] *Diaz, A., Glover, F., Ghaziri, H., González J., Laguna M., Moscato P., Tseng F.*: “Optimización Heurística y Redes Neuronales”, Editorial Paraninfo, Madrid, 1996.
- [8] *Dorigo, M., Gambardella L.*: “Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem”, IEEE Transactions on Evolutionary Computation. (1):53-56. 1997.
- [9] *Escobar, A., Gallego, R., Romero, R.*: “Multi-Stage and Coordinated Planning of the Expansión of Transmisión Systems”, IEEE Transactions on Power Systems, May 2004, Vol 19, No 2, pp 735-744.
- [10] *Escobar, A.*: “Planeamiento Dinámico de la Expansión de Sistemas de Transmisión Usando Algoritmos Combinatoriales”, Tesis de Maestría, UTP, 2002.

- [11] *Escobar, A., Gallego, R.A., Romero, R.L., De Oliveira, S.A.*: “Hybrid Model Analysis and Constructive Algorithms in the Performance of a Genetic Algorithm for the Planning of an Electric Power Transmission System”, 17<sup>th</sup> International Conference CARS & FOF, Durban, South Africa, 2001.
- [12] *Feo, T.A. Resende, M. G. C.*: “Greedy Randomized Adaptive Search Procedures”, *Journal of Global Optimization*, Vol 6, pp.109-133,1995.
- [13] *Feo, T., Resende, M.*: “A Probabilistic Heuristic for a Computationally Difficult Set Covering Problem”, *Operations Research Letters*, 8, pp. 67-71, 1989.
- [14] *GAMS Development Corporation*. “GAMS The Solver Manuals”, 2002.
- [15] *Gallego, R.A., Monticelli, A., Romero, R.*: “Comparative Studies of Non-Convex Optimization Methods for Transmission Network Expansion Planning”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.13, No. 2, May, 1998.
- [16] *Gallego, R.A.*: “Planejamento a Longo Prazo de Sistemas de Transmissao Usando Técnicas de Otimizacao Combinatorial ”, Tesis de Doctorado, FEEC DSEE Unicamp, Brasil, Octubre de 1997.
- [17] *Gallego, R.A., Monticelli, A., Romero, R.*: “Transmission System Expansion Planning by Extended Genetic Algorithm”, *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, Vol 145 No 3, p.p 329-335, May, 1998.
- [18] *Gallego, R.A., Romero, R., and Monticelli, A.*: “Tabu Search Algorithm for Network Synthesis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.15, No. 2, p.p. 490-495, May 2000.
- [19] *Garver, L.L.*: “Transmission Network Estimation Using Linear Programming” *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vol. PAS-89, pp.1688-1697, September- October, 1970.
- [20] *Glover, F., Laguna, M.*: “Tabu Search, Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems”, C. Reeves, Ed. Blackwell Scientific Publishing, pp. 70-141, 1993.
- [21] *Glover, F., Laguna, M.*: “Tabu Search”, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [22] *Gómez, G., Escobar, A., Gallego, R.*: “Planeamiento de Sistemas Eléctricos de Transmisión Usando GRASP”, II Congreso Internacional de Ingenierías Eléctrica y Electrónica, Bogotá, 2003.
- [23] *Haffner, S.L.*: “O Planejamento de Expansao dos Sistemas Elétricos no Contexto de um Ambiente Competitivo”, Tesis de Doctorado, FEEC Unicamp, 2000.

- [24] *Haffner, S.L., Monticelli, A., Garcia, J., Romero, R.*: “Branch and Bound Algorithm for Transmission System Expansion Planning Using a Transportation Model”, IEE Proc-gener Transm, Distrib, vol 147 pp 149-156, 2000.
- [25] *Haffner, S.L., Garcia A., Monticelli A., Romero R.*: “Planejamento Dinâmico da Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica Considerando Múltiplos Estágios”, XV SNPTEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo VII, Foz de Iguacu, Paraná, pp. 1-6.
- [26] *Monticelli, A., Santos, A. Jr., Pereira, M.V.F., Cunha, S., Praça J. G., Park, B.*: “Interactive Transmission Network Planning Using a Least-Effort Criterion”, IEEE Transactions, Vol 101, No 10, p.p. 3919-3925, 1982.
- [27] *Murtagh, B.A., Saunders, M.A.*: "MINOS 5.1 user's guide", Department of Operations Research of Stanford University, 1987, 125p.
- [28] *Pereira, M.V., Pinto, M.V.*: "Application of Sensibility Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansion Planning", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol 104, February 1985.
- [29] *Reeves, C.R.*: “Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems”, McGraw-Hill Book Co. 1995.
- [30] *Romero, R., Gallego, R.A., Monticelli, A.*: “Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing”, IEEE Transactions on Power Systems”, Vol. 11, No. 1, p.p.364-369, February 1996.
- [31] *Romero, R., Monticelli, A.* “A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol 9, p.p 373-380, 1994.
- [32] *Romero, R., Monticelli, A.*: "A Zero-One Implicit Enumeration Method for Optimizing Investments in Transmission Expansion Planning", IEEE Trans on Power Systems, Vol 9, No 3, August 1994.
- [33] *Villanasa, R., Garver, L.L., Salon, S.J.*: "Transmission Network Planning Using Linear programming", IEEE Trans. Power App. Systems, Vol 104, No 2, February 1985.

## **APENDICE A**

### **DATOS DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA**

|   |    |
|---|----|
| A.1. Sistema de prueba de Garver.....                           | 80 |
| A.2. Sistema de prueba sur brasileiro.....                      | 82 |
| A.3. Sistema de prueba norte-nordeste Brasileiro 2002-2008..... | 87 |
| A.4. Sistema de prueba Colombiano 2005-2009-2012.....           | 96 |

## A.1. Sistema de prueba de Garver de 6 nodos y 15 líneas

Tabla A1. Niveles de Generación y Carga

| Barra | Capacidad de Generación (MW) | Generación Actual (MW) | Carga (MW) |
|-------|------------------------------|------------------------|------------|
| 1     | 150                          | 50                     | 80         |
| 2     | 0                            | 0                      | 240        |
| 3     | 360                          | 165                    | 40         |
| 4     | 0                            | 0                      | 160        |
| 5     | 0                            | 0                      | 240        |
| 6     | 600                          | 545                    | 0          |

Tabla A2. Características de las líneas

| #  | Línea | Líneas Existentes | X (p.u.) | Capacidad (MW) | Costo (10 <sup>6</sup> US) |
|----|-------|-------------------|----------|----------------|----------------------------|
| 1  | 1-2   | 1                 | 0,40     | 100            | 40                         |
| 2  | 1-3   | 0                 | 0,38     | 100            | 38                         |
| 3  | 1-4   | 1                 | 0,60     | 80             | 60                         |
| 4  | 1-5   | 1                 | 0,20     | 100            | 20                         |
| 5  | 1-6   | 0                 | 0,68     | 70             | 68                         |
| 6  | 2-3   | 1                 | 0,20     | 100            | 20                         |
| 7  | 2-4   | 1                 | 0,40     | 100            | 40                         |
| 8  | 2-5   | 0                 | 0,31     | 100            | 31                         |
| 9  | 2-6   | 0                 | 0,30     | 100            | 30                         |
| 10 | 3-4   | 0                 | 0,59     | 82             | 59                         |
| 11 | 3-5   | 1                 | 0,20     | 100            | 20                         |
| 12 | 3-6   | 0                 | 0,48     | 100            | 48                         |
| 13 | 4-5   | 0                 | 0,63     | 75             | 63                         |
| 14 | 4-6   | 0                 | 0,30     | 100            | 30                         |
| 15 | 5-6   | 0                 | 0,61     | 78             | 61                         |

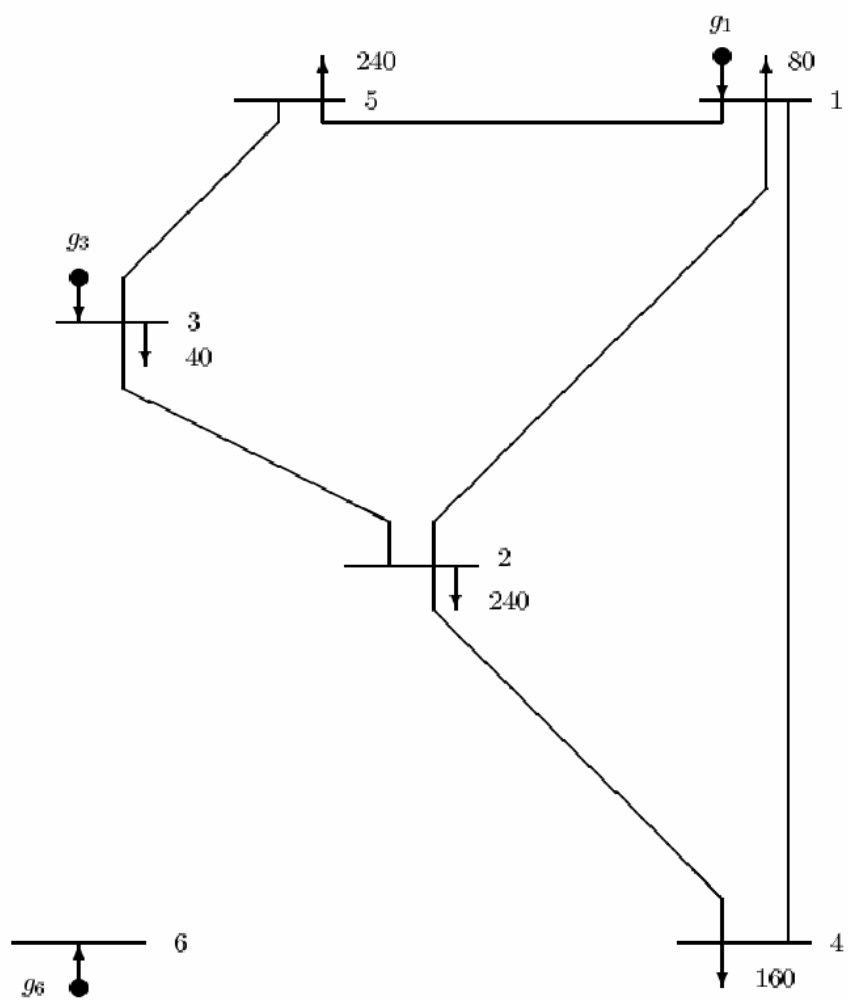


Figura A1. Sistema de prueba de Garver

## A.2. Sistema de prueba sur brasileiro de 46 nodos y 79 líneas

Tabla A3. Niveles de Generación y Carga

| <b>Barra</b> | <b>Capacidad de<br/>Generación<br/>(MW)</b> | <b>Generación<br/>Actual<br/>(MW)</b> | <b>Carga<br/>(MW)</b> |
|--------------|---|---------------------------------------|-----------------------|
| 1            | 0   | 0                                     | 0                     |
| 2            | 0   | 0                                     | 443                   |
| 3            | 0   | 0                                     | 0                     |
| 4            | 0   | 0                                     | 301                   |
| 5            | 0   | 0                                     | 238                   |
| 6            | 0   | 0                                     | 0                     |
| 7            | 0   | 0                                     | 0                     |
| 8            | 0   | 0                                     | 72                    |
| 9            | 0   | 0                                     | 0                     |
| 10           | 0   | 0                                     | 0                     |
| 11           | 0   | 0                                     | 0                     |
| 12           | 0   | 0                                     | 512                   |
| 13           | 0   | 0                                     | 186                   |
| 14           | 1257  | 944                                   | 0                     |
| 15           | 0   | 0                                     | 0                     |
| 16           | 2000  | 1366                                  | 0                     |
| 17           | 1050  | 1000                                  | 0                     |
| 18           | 0   | 0                                     | 0                     |
| 19           | 1670  | 773                                   | 0                     |
| 20           | 0   | 0                                     | 1091                  |
| 21           | 0   | 0                                     | 0                     |
| 22           | 0   | 0                                     | 82                    |
| 23           | 0   | 0                                     | 458                   |
| 24           | 0   | 0                                     | 478                   |
| 20           | 0   | 0                                     | 0                     |
| 26           | 0   | 0                                     | 232                   |
| 27           | 220   | 54                                    | 0                     |
| 28           | 800   | 730                                   | 0                     |
| 29           | 0   | 0                                     | 0                     |
| 30           | 0   | 0                                     | 0                     |
| 31           | 700   | 310                                   | 0                     |
| 32           | 500   | 450                                   | 0                     |
| 33           | 0   | 0                                     | 229                   |
| 34           | 748   | 221                                   | 0                     |
| 35           | 0   | 0                                     | 216                   |
| 36           | 0   | 0                                     | 90                    |
| 37           | 300   | 212                                   | 0                     |
| 38           | 0   | 0                                     | 216                   |

| <b>Barra</b> | <b>Capacidad de<br/>Generación<br/>(MW)</b> | <b>Generación<br/>Actual<br/>(MW)</b> | <b>Carga<br/>(MW)</b> |
|--------------|---|---------------------------------------|-----------------------|
| <b>39</b>    | 600   | 221                                   | 0                     |
| <b>40</b>    | 0   | 0                                     | 262                   |
| <b>41</b>    | 0   | 0                                     | 0                     |
| <b>42</b>    | 0   | 0                                     | 1608                  |
| <b>43</b>    | 0   | 0                                     | 0                     |
| <b>44</b>    | 0   | 0                                     | 79                    |
| <b>45</b>    | 0   | 0                                     | 87                    |
| <b>46</b>    | 700   | 599                                   | 0                     |

Tabla A4. Características de las líneas

| <b>#</b>  | <b>Línea</b> | <b>Líneas<br/>existentes</b> | <b>Reactancia<br/>(pu)</b> | <b>Capacidad<br/>(MW)</b> | <b>Costo<br/>(10<sup>6</sup>US)</b> |
|-----------|--------------|------------------------------|----------------------------|---------------------------|-------------------------------------|
| <b>1</b>  | 01-07        | 1                            | 0,0616                     | 270                       | 4349                                |
| <b>2</b>  | 01-02        | 2                            | 0,1065                     | 270                       | 7076                                |
| <b>3</b>  | 04-09        | 1                            | 0,0924                     | 270                       | 6217                                |
| <b>4</b>  | 05-09        | 1                            | 0,1173                     | 270                       | 7732                                |
| <b>5</b>  | 05-08        | 1                            | 0,1132                     | 270                       | 7480                                |
| <b>6</b>  | 07-08        | 1                            | 0,1023                     | 270                       | 6823                                |
| <b>7</b>  | 04-05        | 2                            | 0,0566                     | 270                       | 4046                                |
| <b>8</b>  | 02-05        | 2                            | 0,0324                     | 270                       | 2581                                |
| <b>9</b>  | 08-13        | 1                            | 0,1348                     | 240                       | 8793                                |
| <b>10</b> | 09-14        | 2                            | 0,1756                     | 220                       | 11267                               |
| <b>11</b> | 12-14        | 2                            | 0,0740                     | 270                       | 5106                                |
| <b>12</b> | 14-18        | 2                            | 0,1514                     | 240                       | 9803                                |
| <b>13</b> | 13-18        | 1                            | 0,1805                     | 220                       | 11570                               |
| <b>14</b> | 13-20        | 1                            | 0,1073                     | 270                       | 7126                                |
| <b>15</b> | 18-20        | 1                            | 0,1997                     | 200                       | 12732                               |
| <b>16</b> | 19-21        | 1                            | 0,0278                     | 1500                      | 32632                               |
| <b>17</b> | 16-17        | 1                            | 0,0078                     | 2000                      | 10505                               |
| <b>18</b> | 17-19        | 1                            | 0,0061                     | 2000                      | 8715                                |
| <b>19</b> | 14-26        | 1                            | 0,1614                     | 220                       | 10409                               |
| <b>20</b> | 14-22        | 1                            | 0,0840                     | 270                       | 5712                                |
| <b>21</b> | 22-26        | 1                            | 0,0790                     | 270                       | 5409                                |
| <b>22</b> | 20-23        | 2                            | 0,0932                     | 270                       | 6268                                |
| <b>23</b> | 23-24        | 2                            | 0,0774                     | 270                       | 5308                                |
| <b>24</b> | 26-27        | 2                            | 0,0832                     | 270                       | 5662                                |
| <b>25</b> | 24-34        | 1                            | 0,1647                     | 220                       | 10611                               |
| <b>26</b> | 24-33        | 1                            | 0,1448                     | 240                       | 9399                                |
| <b>27</b> | 33-34        | 1                            | 0,1265                     | 270                       | 8288                                |
| <b>28</b> | 27-36        | 1                            | 0,0915                     | 270                       | 6167                                |



| #  | Línea | Líneas<br>existentes | Reactancia<br>(pu) | Capacidad<br>(MW) | Costo<br>(10 <sup>6</sup> US) |
|----|-------|----------------------|--------------------|-------------------|-------------------------------|
| 29 | 27-38 | 2                    | 0,2080             | 200               | 13237                         |
| 30 | 36-37 | 1                    | 0,1057             | 270               | 7025                          |
| 31 | 34-35 | 2                    | 0,0491             | 270               | 3591                          |
| 32 | 35-38 | 1                    | 0,1980             | 200               | 12631                         |
| 33 | 37-39 | 1                    | 0,0283             | 270               | 2329                          |
| 34 | 37-40 | 1                    | 0,1281             | 270               | 8389                          |
| 35 | 37-42 | 1                    | 0,2105             | 200               | 13388                         |
| 36 | 39-42 | 3                    | 0,2030             | 200               | 12934                         |
| 37 | 40-42 | 1                    | 0,0932             | 270               | 6268                          |
| 38 | 38-42 | 3                    | 0,0907             | 270               | 6116                          |
| 39 | 32-43 | 1                    | 0,0309             | 1400              | 35957                         |
| 40 | 42-44 | 1                    | 0,1206             | 270               | 7934                          |
| 41 | 44-45 | 1                    | 0,1864             | 200               | 11924                         |
| 42 | 19-32 | 1                    | 0,0195             | 1800              | 23423                         |
| 43 | 46-19 | 1                    | 0,0222             | 1800              | 26365                         |
| 44 | 46-16 | 1                    | 0,0203             | 1800              | 24319                         |
| 45 | 18-19 | 1                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |
| 46 | 20-21 | 1                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |
| 47 | 42-43 | 1                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |
| 48 | 02-04 | 0                    | 0,0882             | 270               | 5965                          |
| 49 | 14-15 | 0                    | 0,0374             | 270               | 2884                          |
| 50 | 46-10 | 0                    | 0,0081             | 2000              | 10889                         |
| 51 | 04-11 | 0                    | 0,2246             | 240               | 14247                         |
| 52 | 05-11 | 0                    | 0,0915             | 270               | 6167                          |
| 53 | 46-06 | 0                    | 0,0128             | 2000              | 16005                         |
| 54 | 46-03 | 0                    | 0,0203             | 1800              | 24319                         |
| 55 | 16-28 | 0                    | 0,0222             | 1800              | 26365                         |
| 56 | 16-32 | 0                    | 0,0311             | 1400              | 36213                         |
| 57 | 17-32 | 0                    | 0,0232             | 1700              | 27516                         |
| 58 | 19-25 | 0                    | 0,0325             | 1400              | 37748                         |
| 59 | 21-25 | 0                    | 0,0174             | 2000              | 21121                         |
| 60 | 25-32 | 0                    | 0,0319             | 1400              | 37109                         |
| 61 | 31-32 | 0                    | 0,0046             | 2000              | 7052                          |
| 62 | 28-31 | 0                    | 0,0053             | 2000              | 7819                          |
| 63 | 28-30 | 0                    | 0,0058             | 2000              | 8331                          |
| 64 | 27-29 | 0                    | 0,0998             | 270               | 6672                          |
| 65 | 26-29 | 0                    | 0,0541             | 270               | 3894                          |
| 66 | 28-41 | 0                    | 0,0339             | 1300              | 39283                         |
| 67 | 28-43 | 0                    | 0,0406             | 1200              | 46701                         |
| 68 | 31-41 | 0                    | 0,0278             | 1500              | 32632                         |
| 69 | 32-41 | 0                    | 0,0309             | 1400              | 35957                         |
| 70 | 41-43 | 0                    | 0,0139             | 2000              | 17284                         |
| 71 | 40-45 | 0                    | 0,2205             | 180               | 13994                         |

| #         | Línea | Líneas<br>existentes | Reactancia<br>(pu) | Capacidad<br>(MW) | Costo<br>(10 <sup>6</sup> US) |
|-----------|-------|----------------------|--------------------|-------------------|-------------------------------|
| <b>72</b> | 15-16 | 0                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |
| <b>73</b> | 46-11 | 0                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |
| <b>74</b> | 24-25 | 0                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |
| <b>75</b> | 29-30 | 0                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |
| <b>76</b> | 40-41 | 0                    | 0,0135             | 600               | 8178                          |
| <b>77</b> | 02-03 | 0                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |
| <b>78</b> | 05-06 | 0                    | 0,0135             | 600               | 8178                          |
| <b>79</b> | 09-10 | 0                    | 0,0125             | 600               | 8178                          |

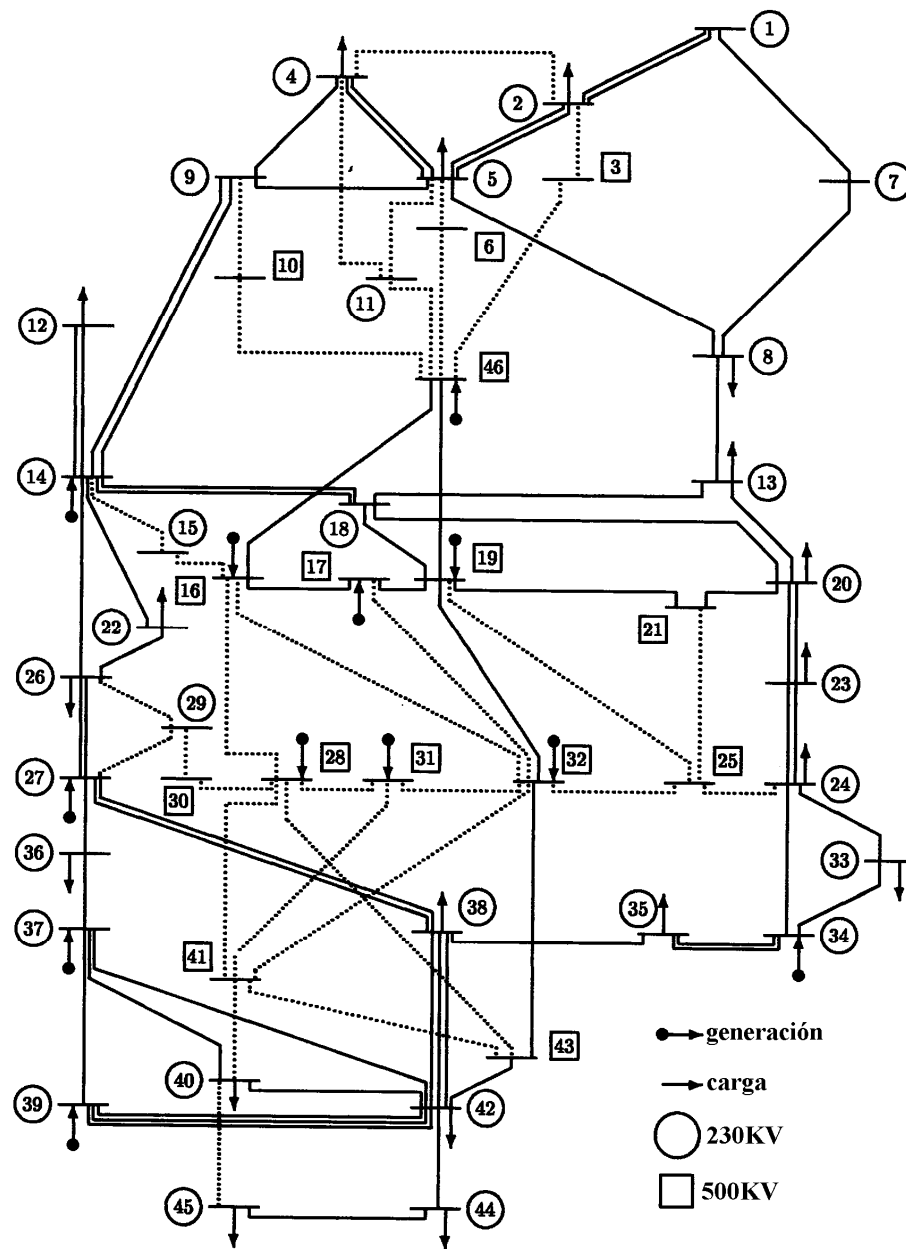


Figura A2. Sistema Sur Brasileiro

### A.3. Sistema Norte nordeste brasileiro de 87 nodos y 179 líneas

Tabla A5. Niveles de Generación y Carga

| Barra | Generación (MW) |      | Carga (MW) |      |
|-------|-----------------|------|------------|------|
|       | 2002            | 2008 | 2002       | 2008 |
| 1     | 0               | 0    | 1857       | 2747 |
| 2     | 4048            | 4550 | 0          | 0    |
| 3     | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 4     | 517             | 6422 | 0          | 0    |
| 5     | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 6     | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 7     | 0               | 0    | 31         | 31   |
| 8     | 403             | 82   | 0          | 0    |
| 9     | 465             | 465  | 0          | 0    |
| 10    | 538             | 538  | 0          | 0    |
| 11    | 2200            | 2260 | 0          | 0    |
| 12    | 2257            | 4312 | 0          | 0    |
| 13    | 4510            | 5900 | 0          | 0    |
| 14    | 542             | 542  | 0          | 0    |
| 15    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 16    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 17    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 18    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 19    | 0               | 0    | 86         | 125  |
| 20    | 0               | 0    | 125        | 181  |
| 21    | 0               | 0    | 722        | 1044 |
| 22    | 0               | 0    | 291        | 46   |
| 23    | 0               | 0    | 58         | 84   |
| 24    | 0               | 0    | 159        | 230  |
| 25    | 0               | 0    | 1502       | 2273 |
| 26    | 0               | 0    | 47         | 68   |
| 27    | 0               | 0    | 378        | 546  |
| 28    | 0               | 0    | 189        | 273  |
| 29    | 0               | 0    | 47         | 68   |
| 30    | 0               | 0    | 189        | 273  |
| 31    | 0               | 0    | 110        | 225  |
| 32    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 33    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 34    | 0               | 0    | 28         | 107  |
| 35    | 1635            | 1531 | 0          | 0    |
| 36    | 0               | 0    | 225        | 325  |
| 37    | 169             | 114  | 0          | 0    |
| 38    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 39    | 0               | 0    | 186        | 269  |

| Barra | Generación (MW) |      | Carga (MW) |      |
|-------|-----------------|------|------------|------|
|       | 2002            | 2008 | 2002       | 2008 |
| 40    | 0               | 0    | 1201       | 1738 |
| 41    | 0               | 0    | 520        | 752  |
| 42    | 0               | 0    | 341        | 494  |
| 43    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 44    | 0               | 0    | 4022       | 5819 |
| 45    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 46    | 0               | 0    | 205        | 297  |
| 47    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 48    | 0               | 0    | 347        | 432  |
| 49    | 0               | 0    | 777        | 1124 |
| 50    | 0               | 0    | 5189       | 7628 |
| 51    | 0               | 0    | 290        | 420  |
| 52    | 0               | 0    | 707        | 1024 |
| 53    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 54    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 55    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 56    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 57    | 00              | 0    | 0          | 0    |
| 58    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 59    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 60    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 61    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 62    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 63    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 64    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 65    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 66    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 67    | 1242            | 1242 | 0          | 0    |
| 68    | 888             | 888  | 0          | 0    |
| 69    | 902             | 902  | 0          | 0    |
| 70    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 71    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 72    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 73    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 74    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 75    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 76    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 77    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 78    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 79    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 80    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 81    | 0               | 0    | 0          | 0    |

| Barra | Generación (MW) |      | Carga (MW) |      |
|-------|-----------------|------|------------|------|
|       | 2002            | 2008 | 2002       | 2008 |
| 82    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 83    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 84    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 85    | 0               | 0    | 487        | 705  |
| 86    | 0               | 0    | 0          | 0    |
| 87    | 0               | 0    | 0          | 0    |

Tabla A6. Características de las Líneas

| #  | Línea | Líneas existentes | Reactancia (pu) | Capacidad (MW) | Costo (10 <sup>6</sup> US) |
|----|-------|-------------------|-----------------|----------------|----------------------------|
| 1  | 1 2   | 2                 | 0.0374          | 1000.          | 44056.0                    |
| 2  | 2 4   | 0                 | 0.0406          | 1000.          | 48880.0                    |
| 3  | 2 60  | 0                 | 0.0435          | 1000.          | 52230.0                    |
| 4  | 2 87  | 1                 | 0.0259          | 1000.          | 31192.0                    |
| 5  | 3 71  | 0                 | 0.0078          | 3200.          | 92253.0                    |
| 6  | 3 81  | 0                 | 0.0049          | 3200.          | 60153.0                    |
| 7  | 3 83  | 0                 | 0.0043          | 3200.          | 53253.0                    |
| 8  | 3 87  | 0                 | 0.0058          | 1200.          | 21232.0                    |
| 9  | 4 5   | 1                 | 0.0435          | 1000.          | 52230.0                    |
| 10 | 4 6   | 0                 | 0.0487          | 1000.          | 58260.0                    |
| 11 | 4 32  | 0                 | 0.0233          | 300.           | 7510.0                     |
| 12 | 4 60  | 0                 | 0.0215          | 1000.          | 26770.0                    |
| 13 | 4 68  | 0                 | 0.0070          | 1000.          | 10020.0                    |
| 14 | 4 69  | 0                 | 0.0162          | 1000.          | 20740.0                    |
| 15 | 4 81  | 0                 | 0.0058          | 1200.          | 21232.0                    |
| 16 | 4 87  | 1                 | 0.0218          | 1000.          | 26502.0                    |
| 17 | 5 6   | 1                 | 0.0241          | 1000.          | 29852.0                    |
| 18 | 5 38  | 2                 | 0.0117          | 600.           | 8926.0                     |
| 19 | 5 56  | 0                 | 0.0235          | 1000.          | 29182.0                    |
| 20 | 5 58  | 0                 | 0.0220          | 1000.          | 27440.0                    |
| 21 | 5 60  | 0                 | 0.0261          | 1000.          | 32130.0                    |
| 22 | 5 68  | 0                 | 0.0406          | 1000.          | 48880.0                    |
| 23 | 5 70  | 0                 | 0.0464          | 1000.          | 55580.0                    |
| 24 | 5 80  | 0                 | 0.0058          | 1200.          | 21232.0                    |
| 25 | 6 7   | 1                 | 0.0288          | 1000.          | 35212.0                    |
| 26 | 6 37  | 1                 | 0.0233          | 300.           | 7510.0                     |

|    |       |   |        |       |         |
|----|-------|---|--------|-------|---------|
| 27 | 6 67  | 0 | 0.0464 | 1000. | 55580.0 |
| 28 | 6 68  | 0 | 0.0476 | 1000. | 56920.0 |
| 29 | 6 70  | 0 | 0.0371 | 1000. | 44860.0 |
| 30 | 6 75  | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0 |
| 31 | 7 8   | 1 | 0.0234 | 1000. | 29048.0 |
| 32 | 7 53  | 0 | 0.0452 | 1000. | 54240.0 |
| 33 | 7 62  | 0 | 0.0255 | 1000. | 31460.0 |
| 34 | 8 9   | 1 | 0.0186 | 1000. | 23420.0 |
| 35 | 8 12  | 0 | 0.0394 | 1000. | 47540.0 |
| 36 | 8 17  | 0 | 0.0447 | 1000. | 53570.0 |
| 37 | 8 53  | 1 | 0.0365 | 1200. | 44190.0 |
| 38 | 8 62  | 0 | 0.0429 | 1000. | 51560.0 |
| 39 | 8 73  | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0 |
| 40 | 9 10  | 1 | 0.0046 | 1000. | 7340.0  |
| 41 | 10 11 | 1 | 0.0133 | 1000. | 17390.0 |
| 42 | 11 12 | 1 | 0.0041 | 1200. | 6670.0  |
| 43 | 11 15 | 1 | 0.0297 | 1200. | 36284.0 |
| 44 | 11 17 | 1 | 0.0286 | 1200. | 35078.0 |
| 45 | 11 53 | 1 | 0.0254 | 1000. | 31326.0 |
| 46 | 12 13 | 1 | 0.0046 | 1200. | 7340.0  |
| 47 | 12 15 | 1 | 0.0256 | 1200. | 31594.0 |
| 48 | 12 17 | 1 | 0.0246 | 1200. | 30388.0 |
| 49 | 12 35 | 2 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| 50 | 12 84 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0 |
| 51 | 13 14 | 0 | 0.0075 | 1200. | 10690.0 |
| 52 | 13 15 | 0 | 0.0215 | 1200. | 26770.0 |
| 53 | 13 17 | 0 | 0.0232 | 1200. | 28780.0 |
| 54 | 13 45 | 1 | 0.0290 | 1200. | 35480.0 |
| 55 | 13 59 | 1 | 0.0232 | 1200. | 28780.0 |
| 56 | 14 17 | 0 | 0.0232 | 1200. | 28780.0 |
| 57 | 14 45 | 0 | 0.0232 | 1200. | 28780.0 |
| 58 | 14 59 | 0 | 0.0157 | 1200. | 20070.0 |
| 59 | 15 16 | 2 | 0.0197 | 1200. | 24760.0 |
| 60 | 15 45 | 0 | 0.0103 | 1200. | 13906.0 |
| 61 | 15 46 | 1 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| 62 | 15 53 | 0 | 0.0423 | 1000. | 50890.0 |
| 63 | 16 44 | 4 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| 64 | 16 45 | 0 | 0.0220 | 1200. | 27440.0 |

|            |       |   |        |       |         |
|------------|-------|---|--------|-------|---------|
| <b>65</b>  | 16 61 | 0 | 0.0128 | 1000. | 16720.0 |
| <b>66</b>  | 16 77 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0 |
| <b>67</b>  | 17 18 | 2 | 0.0170 | 1200. | 21678.0 |
| <b>68</b>  | 17 59 | 0 | 0.0170 | 1200. | 21678.0 |
| <b>69</b>  | 18 50 | 4 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| <b>70</b>  | 18 59 | 1 | 0.0331 | 1200. | 40170.0 |
| <b>71</b>  | 18 74 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0 |
| <b>72</b>  | 19 20 | 1 | 0.0934 | 170.  | 5885.0  |
| <b>73</b>  | 19 22 | 1 | 0.1877 | 170.  | 11165.0 |
| <b>74</b>  | 20 21 | 2 | 0.0715 | 300.  | 6960.0  |
| <b>75</b>  | 20 38 | 2 | 0.1382 | 300.  | 12840.0 |
| <b>76</b>  | 20 56 | 0 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| <b>77</b>  | 20 66 | 0 | 0.2064 | 170.  | 12210.0 |
| <b>78</b>  | 21 57 | 0 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| <b>79</b>  | 22 23 | 1 | 0.1514 | 170.  | 9130.0  |
| <b>80</b>  | 22 37 | 2 | 0.2015 | 170.  | 11935.0 |
| <b>81</b>  | 22 58 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0  |
| <b>82</b>  | 23 24 | 1 | 0.1651 | 170.  | 9900.0  |
| <b>83</b>  | 24 25 | 1 | 0.2153 | 170.  | 12705.0 |
| <b>84</b>  | 24 43 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0  |
| <b>85</b>  | 25 26 | 4 | 0.1073 | 300.  | 29636.0 |
| <b>86</b>  | 25 55 | 0 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| <b>87</b>  | 26 27 | 4 | 0.1404 | 300.  | 25500.0 |
| <b>88</b>  | 26 29 | 1 | 0.1081 | 170.  | 6710.0  |
| <b>89</b>  | 26 54 | 0 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| <b>90</b>  | 27 28 | 3 | 0.0826 | 170.  | 5335.0  |
| <b>91</b>  | 27 35 | 2 | 0.1367 | 300.  | 25000.0 |
| <b>92</b>  | 27 53 | 1 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| <b>93</b>  | 28 35 | 3 | 0.1671 | 170.  | 9900.0  |
| <b>94</b>  | 29 30 | 1 | 0.0688 | 170.  | 4510.0  |
| <b>95</b>  | 30 31 | 1 | 0.0639 | 170.  | 4235.0  |
| <b>96</b>  | 30 63 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0  |
| <b>97</b>  | 31 34 | 1 | 0.1406 | 170.  | 8525.0  |
| <b>98</b>  | 32 33 | 0 | 0.1966 | 170.  | 11660.0 |
| <b>99</b>  | 33 67 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0  |
| <b>100</b> | 34 39 | 3 | 0.1160 | 170.  | 7150.0  |
| <b>101</b> | 34 41 | 2 | 0.0993 | 170.  | 6215.0  |
| <b>102</b> | 35 46 | 4 | 0.2172 | 170.  | 12705.0 |



|            |       |   |        |       |         |
|------------|-------|---|--------|-------|---------|
| <b>103</b> | 35 47 | 2 | 0.1327 | 170.  | 8085.0  |
| <b>104</b> | 35 51 | 3 | 0.1602 | 170.  | 9625.0  |
| <b>105</b> | 36 39 | 2 | 0.1189 | 170.  | 7315.0  |
| <b>106</b> | 36 46 | 2 | 0.0639 | 170.  | 4235.0  |
| <b>107</b> | 39 42 | 1 | 0.0973 | 170.  | 6105.0  |
| <b>108</b> | 39 86 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0  |
| <b>109</b> | 40 45 | 1 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| <b>110</b> | 40 46 | 3 | 0.0875 | 170.  | 5500.0  |
| <b>111</b> | 41 64 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0  |
| <b>112</b> | 42 44 | 2 | 0.0698 | 170.  | 4565.0  |
| <b>113</b> | 42 85 | 2 | 0.0501 | 170.  | 3465.0  |
| <b>114</b> | 43 55 | 0 | 0.0254 | 1000. | 31326.0 |
| <b>115</b> | 43 58 | 0 | 0.0313 | 1000. | 38160.0 |
| <b>116</b> | 44 46 | 3 | 0.1671 | 170.  | 10010.0 |
| <b>117</b> | 47 48 | 2 | 0.1966 | 170.  | 11660.0 |
| <b>118</b> | 48 49 | 1 | 0.0757 | 170.  | 4895.0  |
| <b>119</b> | 48 50 | 2 | 0.0256 | 170.  | 2090.0  |
| <b>120</b> | 48 51 | 2 | 0.2163 | 170.  | 12760.0 |
| <b>121</b> | 49 50 | 1 | 0.0835 | 170.  | 5335.0  |
| <b>122</b> | 51 52 | 2 | 0.0560 | 170.  | 3795.0  |
| <b>123</b> | 52 59 | 1 | 0.0117 | 600.  | 8926.0  |
| <b>124</b> | 53 54 | 0 | 0.0270 | 1000. | 32120.0 |
| <b>125</b> | 53 70 | 0 | 0.0371 | 1000. | 44860.0 |
| <b>126</b> | 53 76 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0 |
| <b>127</b> | 53 86 | 0 | 0.0389 | 1000. | 46870.0 |
| <b>128</b> | 54 55 | 0 | 0.0206 | 1000. | 25028.0 |
| <b>129</b> | 54 58 | 0 | 0.0510 | 1000. | 60940.0 |
| <b>130</b> | 54 63 | 0 | 0.0203 | 1000. | 25430.0 |
| <b>131</b> | 54 70 | 0 | 0.0360 | 1000. | 43520.0 |
| <b>132</b> | 54 79 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0 |
| <b>133</b> | 56 57 | 0 | 0.0122 | 1000. | 16050.0 |
| <b>134</b> | 58 78 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0 |
| <b>135</b> | 60 66 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0  |
| <b>136</b> | 60 87 | 0 | 0.0377 | 1000. | 45530.0 |
| <b>137</b> | 61 64 | 0 | 0.0186 | 1000. | 23420.0 |
| <b>138</b> | 61 85 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0  |
| <b>139</b> | 61 86 | 0 | 0.0139 | 1000. | 18060.0 |
| <b>140</b> | 62 67 | 0 | 0.0464 | 1000. | 55580.0 |

|            |       |   |        |       |          |
|------------|-------|---|--------|-------|----------|
| <b>141</b> | 62 68 | 0 | 0.0557 | 1000. | 66300.0  |
| <b>142</b> | 62 72 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0  |
| <b>143</b> | 63 64 | 0 | 0.0290 | 1000. | 35480.0  |
| <b>144</b> | 65 66 | 0 | 0.3146 | 170.  | 18260.0  |
| <b>145</b> | 65 87 | 0 | 0.0233 | 300.  | 7510.0   |
| <b>146</b> | 67 68 | 0 | 0.0290 | 1000. | 35480.0  |
| <b>147</b> | 67 69 | 0 | 0.0209 | 1000. | 26100.0  |
| <b>148</b> | 67 71 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0  |
| <b>149</b> | 68 69 | 0 | 0.0139 | 1000. | 18060.0  |
| <b>150</b> | 68 83 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0  |
| <b>151</b> | 68 87 | 0 | 0.0186 | 1000. | 23240.0  |
| <b>152</b> | 69 87 | 0 | 0.0139 | 1000. | 18060.0  |
| <b>153</b> | 70 82 | 0 | 0.0058 | 1200. | 21232.0  |
| <b>154</b> | 71 72 | 0 | 0.0108 | 3200. | 125253.0 |
| <b>155</b> | 71 75 | 0 | 0.0108 | 3200. | 125253.0 |
| <b>156</b> | 71 83 | 0 | 0.0067 | 3200. | 80253.0  |
| <b>157</b> | 72 73 | 0 | 0.0100 | 3200. | 116253.0 |
| <b>158</b> | 72 83 | 0 | 0.0130 | 3200. | 149253.0 |
| <b>159</b> | 73 74 | 0 | 0.0130 | 3200. | 149253.0 |
| <b>160</b> | 73 75 | 0 | 0.0130 | 3200. | 149253.0 |
| <b>161</b> | 73 84 | 0 | 0.0092 | 3200. | 107253.0 |
| <b>162</b> | 74 84 | 0 | 0.0108 | 3200. | 125253.0 |
| <b>163</b> | 75 76 | 0 | 0.0162 | 3200. | 185253.0 |
| <b>164</b> | 75 81 | 0 | 0.0113 | 3200. | 131253.0 |
| <b>165</b> | 75 82 | 0 | 0.0086 | 3200. | 101253.0 |
| <b>166</b> | 75 83 | 0 | 0.0111 | 3200. | 128253.0 |
| <b>167</b> | 76 77 | 0 | 0.0130 | 3200. | 149253.0 |
| <b>168</b> | 76 82 | 0 | 0.0086 | 3200. | 101253.0 |
| <b>169</b> | 76 84 | 0 | 0.0059 | 3200. | 70953.0  |
| <b>170</b> | 77 79 | 0 | 0.0151 | 3200. | 173253.0 |
| <b>171</b> | 77 84 | 0 | 0.0115 | 3200. | 132753.0 |
| <b>172</b> | 78 79 | 0 | 0.0119 | 3200. | 137253.0 |
| <b>173</b> | 78 80 | 0 | 0.0051 | 3200. | 62253.0  |
| <b>174</b> | 79 82 | 0 | 0.0084 | 3200. | 98253.0  |
| <b>175</b> | 80 81 | 0 | 0.0101 | 3200. | 117753.0 |
| <b>176</b> | 80 82 | 0 | 0.0108 | 3200. | 125253.0 |
| <b>177</b> | 80 83 | 0 | 0.0094 | 3200. | 110253.0 |
| <b>178</b> | 81 83 | 0 | 0.0016 | 3200. | 23253.0  |

|     |       |   |        |       |          |
|-----|-------|---|--------|-------|----------|
| 179 | 82 84 | 0 | 0.0135 | 3200. | 155253.0 |
|-----|-------|---|--------|-------|----------|

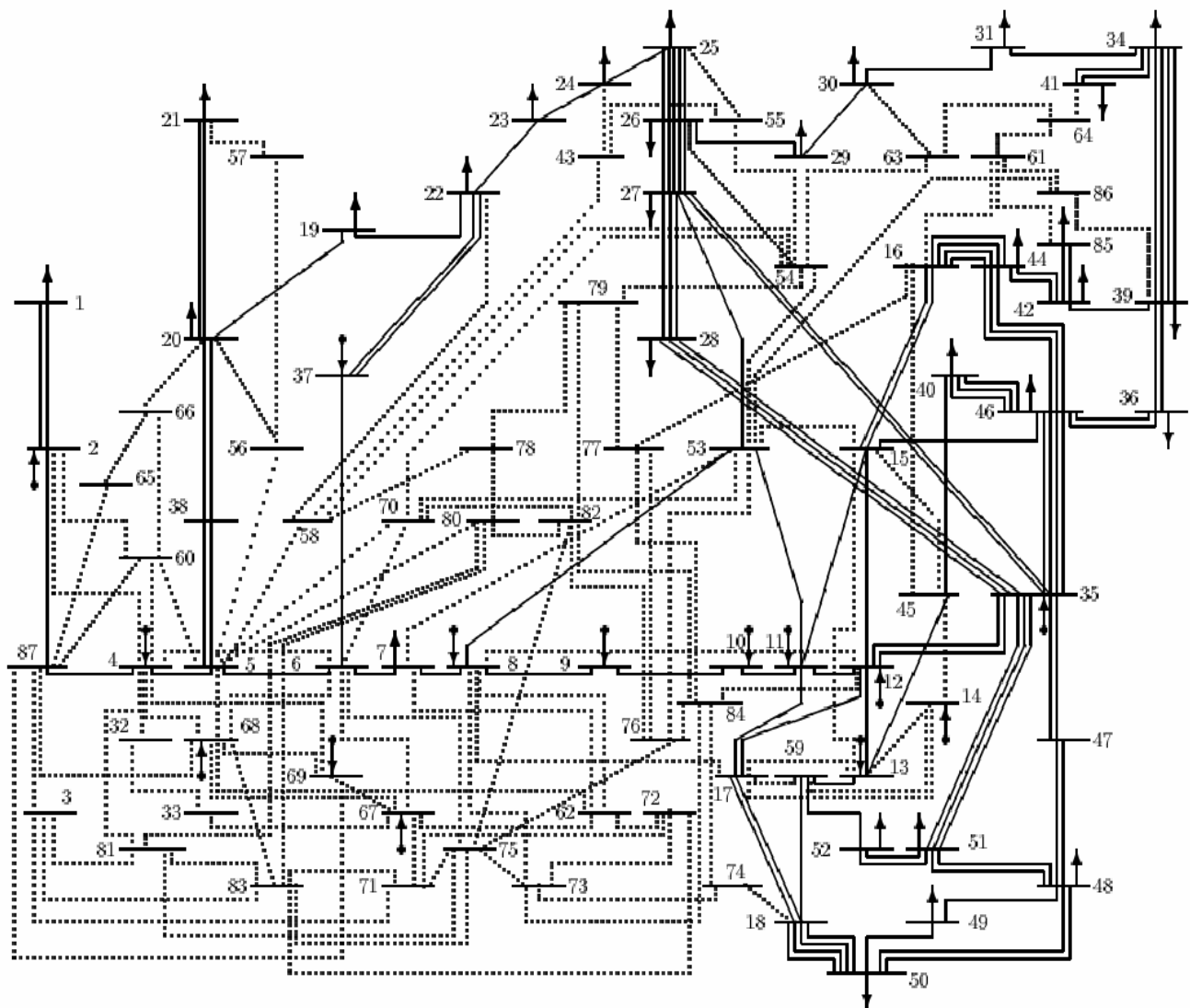


Figura A3. Sistema de prueba norte-nordeste brasileiro

#### A.4. Sistema de prueba Colombiano

Tabla A.7. Niveles de Generación y Carga

| Barra | Nivel de Generación |      |      | Nivel de Carga (MW) |        |        |
|-------|---------------------|------|------|---------------------|--------|--------|
|       | 2005                | 2009 | 2012 | 2005                | 2009   | 2012   |
| 1     | 240                 | 240  | 240  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 2     | 0                   | 165  | 165  | 352,90              | 406,53 | 486,66 |
| 3     | 0                   | 0    | 0    | 393,00              | 490,50 | 587,08 |
| 4     | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 5     | 40                  | 40   | 40   | 235,00              | 293,56 | 351,42 |
| 6     | 34                  | 34   | 34   | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 7     | 0                   | 0    | 136  | 300,00              | 374,26 | 448,03 |
| 8     | 100                 | 230  | 230  | 339,00              | 423,00 | 505,87 |
| 9     | 0                   | 0    | 0    | 348,00              | 434,12 | 519,69 |
| 10    | 0                   | 0    | 0    | 060,00              | 074,21 | 088,84 |
| 11    | 80                  | 108  | 108  | 147,00              | 183,90 | 220,15 |
| 12    | 47                  | 47   | 47   | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 13    | 0                   | 0    | 0    | 174,00              | 217,26 | 260,08 |
| 14    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 15    | 0                   | 0    | 0    | 377,00              | 470,17 | 562,84 |
| 16    | 0                   | 0    | 0    | 236,00              | 294,00 | 351,90 |
| 17    | 35                  | 35   | 35   | 136,00              | 169,57 | 203,00 |
| 18    | 480                 | 540  | 540  | 036,20              | 045,20 | 054,10 |
| 19    | 900                 | 1340 | 1340 | 019,60              | 024,46 | 029,28 |
| 20    | 0                   | 0    | 45   | 202,40              | 252,50 | 302,27 |
| 21    | 0                   | 0    | 0    | 186,00              | 231,70 | 277,44 |
| 22    | 200                 | 200  | 200  | 053,00              | 066,13 | 079,17 |
| 23    | 0                   | 0    | 0    | 203,00              | 252,50 | 302,27 |
| 24    | 120                 | 150  | 150  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 25    | 86                  | 86   | 86   | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 26    | 70                  | 70   | 70   | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 27    | 0                   | 0    | 0    | 266,00              | 331,40 | 396,71 |
| 28    | 0                   | 0    | 14   | 326,00              | 406,30 | 486,39 |
| 29    | 618                 | 618  | 618  | 339,00              | 422,60 | 505,96 |
| 30    | 0                   | 0    | 0    | 137,00              | 166,70 | 199,55 |
| 31    | 189                 | 189  | 189  | 234,00              | 327,30 | 391,88 |
| 32    | 0                   | 0    | 0    | 126,00              | 157,30 | 188,33 |
| 33    | 0                   | 0    | 0    | 165,00              | 206,53 | 247,24 |
| 34    | 0                   | 0    | 0    | 077,50              | 096,70 | 115,81 |
| 35    | 200                 | 200  | 200  | 172,00              | 214,60 | 256,86 |
| 36    | 0                   | 0    | 44   | 112,00              | 140,00 | 167,29 |
| 37    | 138                 | 138  | 138  | 118,00              | 147,30 | 176,30 |
| 38    | 0                   | 15   | 15   | 086,00              | 108,40 | 129,72 |

| Barra | Nivel de Generación |      |      | Nivel de Carga (MW) |        |        |
|-------|---------------------|------|------|---------------------|--------|--------|
|       | 2005                | 2009 | 2012 | 2005                | 2009   | 2012   |
| 39    | 0                   | 0    | 15   | 180,00              | 224,00 | 268,19 |
| 40    | 305                 | 305  | 305  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 41    | 70                  | 100  | 100  | 054,80              | 068,40 | 081,85 |
| 42    | 0                   | 0    | 0    | 102,00              | 127,30 | 152,39 |
| 43    | 0                   | 0    | 0    | 035,40              | 044,20 | 052,90 |
| 44    | 23                  | 23   | 23   | 257,00              | 321,30 | 384,64 |
| 45    | 950                 | 1208 | 1208 | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 46    | 150                 | 150  | 150  | 121,00              | 151,70 | 181,62 |
| 47    | 0                   | 0    | 0    | 041,15              | 051,50 | 061,60 |
| 48    | 775                 | 885  | 885  | 600,00              | 750,00 | 896,26 |
| 49    | 0                   | 0    | 0    | 130,00              | 162,00 | 193,27 |
| 50    | 240                 | 240  | 240  | 424,00              | 528,00 | 632,75 |
| 51    | 0                   | 0    | 0    | 128,00              | 159,00 | 190,45 |
| 52    | 0                   | 0    | 0    | 038,00              | 046,50 | 055,60 |
| 53    | 280                 | 320  | 320  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 54    | 0                   | 0    | 0    | 076,00              | 095,30 | 114,19 |
| 55    | 40                  | 40   | 40   | 223,00              | 279,00 | 333,59 |
| 56    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 57    | 0                   | 130  | 130  | 226,00              | 281,00 | 336,94 |
| 58    | 190                 | 190  | 190  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 59    | 160                 | 160  | 160  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 60    | 1191                | 1216 | 1216 | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 61    | 155                 | 155  | 155  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 62    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 63    | 900                 | 1090 | 1090 | 035,00              | 044,00 | 052,77 |
| 64    | 0                   | 0    | 280  | 088,00              | 110,55 | 132,35 |
| 65    | 0                   | 0    | 0    | 132,00              | 165,00 | 197,58 |
| 66    | 200                 | 300  | 300  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 67    | 474                 | 474  | 474  | 266,00              | 332,45 | 397,98 |
| 68    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 69    | 0                   | 0    | 0    | 071,40              | 089,00 | 106,61 |
| 70    | 30                  | 180  | 180  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 71    | 0                   | 211  | 424  | 315,00              | 393,00 | 471,21 |
| 72    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 73    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 74    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 75    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 76    | 40                  | 40   | 40   | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 77    | 0                   | 0    | 0    | 055,00              | 070,00 | 082,85 |
| 78    | 0                   | 0    | 0    | 036,65              | 045,10 | 054,07 |
| 79    | 0                   | 0    | 300  | 098,00              | 123,00 | 146,87 |

| Barra | Nivel de Generación |      |      | Nivel de Carga (MW) |        |        |
|-------|---------------------|------|------|---------------------|--------|--------|
|       | 2005                | 2009 | 2012 | 2005                | 2009   | 2012   |
| 80    | 0                   | 0    | 0    | 060,00              | 072,00 | 088,34 |
| 81    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 82    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 83    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 84    | 0                   | 0    | 500  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 85    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 86    | 0                   | 300  | 850  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 87    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 88    | 0                   | 0    | 300  | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 89    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 90    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 91    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 92    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |
| 93    | 0                   | 0    | 0    | 000,00              | 000,00 | 000,00 |

Tabla A.8. Características de las Líneas

| #  | Línea | Líneas     | Reactancia | Capacidad | Costo                |
|----|-------|------------|------------|-----------|----------------------|
|    |       | existentes | (pu)       | (MW)      | (10 <sup>6</sup> US) |
| 1  | 52-88 | 0          | 0,1000     | 300       | 34190                |
| 2  | 43-88 | 0          | 0,1816     | 250       | 39560                |
| 3  | 57-81 | 0          | 0,0219     | 550       | 58890                |
| 4  | 73-82 | 0          | 0,0374     | 550       | 97960                |
| 5  | 27-89 | 0          | 0,0267     | 450       | 13270                |
| 6  | 74-89 | 0          | 0,0034     | 550       | 14570                |
| 7  | 73-89 | 0          | 0,0246     | 550       | 66650                |
| 8  | 79-83 | 0          | 0,0457     | 350       | 15400                |
| 9  | 24-85 | 0          | 0,2240     | 250       | 29200                |
| 10 | 39-86 | 0          | 0,0545     | 350       | 9880                 |
| 11 | 25-28 | 1          | 0,0565     | 320       | 9767                 |
| 12 | 25-29 | 1          | 0,0570     | 320       | 9882                 |
| 13 | 13-14 | 2          | 0,0009     | 350       | 3902                 |
| 14 | 13-20 | 1          | 0,0178     | 350       | 5742                 |
| 15 | 13-23 | 1          | 0,0277     | 350       | 7007                 |
| 16 | 14-31 | 2          | 0,1307     | 250       | 18622                |
| 17 | 14-18 | 2          | 0,1494     | 250       | 20232                |
| 18 | 14-60 | 2          | 0,1067     | 300       | 15977                |

| #  | Línea | Líneas     | Reactancia | Capacidad | Costo                |
|----|-------|------------|------------|-----------|----------------------|
|    |       | existentes | (pu)       | (MW)      | (10 <sup>6</sup> US) |
| 19 | 02-04 | 2          | 0,0271     | 350       | 6662                 |
| 20 | 02-09 | 1          | 0,0122     | 350       | 5282                 |
| 21 | 02-83 | 1          | 0,0200     | 570       | 5972                 |
| 22 | 09-83 | 1          | 0,0200     | 400       | 5972                 |
| 23 | 15-18 | 1          | 0,0365     | 450       | 7927                 |
| 24 | 15-17 | 1          | 0,0483     | 320       | 9422                 |
| 25 | 15-20 | 1          | 0,0513     | 320       | 9652                 |
| 26 | 15-76 | 1          | 0,0414     | 320       | 9882                 |
| 27 | 15-24 | 1          | 0,0145     | 350       | 5282                 |
| 28 | 37-61 | 1          | 0,0139     | 350       | 4937                 |
| 29 | 19-61 | 1          | 0,1105     | 250       | 16092                |
| 30 | 61-68 | 1          | 0,0789     | 250       | 12412                |
| 31 | 37-68 | 1          | 0,0544     | 320       | 9652                 |
| 32 | 40-68 | 1          | 0,1320     | 320       | 18162                |
| 33 | 12-75 | 1          | 0,0641     | 320       | 11492                |
| 34 | 24-75 | 1          | 0,0161     | 350       | 5512                 |
| 35 | 35-36 | 1          | 0,2074     | 250       | 27362                |
| 36 | 27-35 | 1          | 0,1498     | 250       | 22072                |
| 37 | 35-44 | 2          | 0,1358     | 250       | 20347                |
| 38 | 38-68 | 1          | 0,0389     | 350       | 7927                 |
| 39 | 38-39 | 1          | 0,0300     | 350       | 6317                 |
| 40 | 27-80 | 1          | 0,0242     | 350       | 7007                 |
| 41 | 44-80 | 1          | 0,1014     | 250       | 17587                |
| 42 | 56-81 | 1          | 0,0114     | 550       | 32858                |
| 43 | 45-54 | 1          | 0,0946     | 320       | 13562                |
| 44 | 45-50 | 2          | 0,0070     | 350       | 4362                 |
| 45 | 10-78 | 1          | 0,0102     | 350       | 4937                 |
| 46 | 07-78 | 1          | 0,0043     | 350       | 4132                 |
| 47 | 30-64 | 1          | 0,1533     | 250       | 20577                |
| 48 | 30-65 | 1          | 0,0910     | 250       | 13677                |
| 49 | 30-72 | 2          | 0,0173     | 350       | 5512                 |
| 50 | 55-57 | 1          | 0,0174     | 600       | 46808                |
| 51 | 57-84 | 1          | 0,0087     | 600       | 26658                |
| 52 | 55-84 | 1          | 0,0087     | 600       | 26658                |
| 53 | 56-57 | 2          | 0,0240     | 600       | 62618                |

| #  | Línea | Líneas     | Reactancia | Capacidad | Costo                |
|----|-------|------------|------------|-----------|----------------------|
|    |       | existentes | (pu)       | (MW)      | (10 <sup>6</sup> US) |
| 54 | 09-77 | 1          | 0,0190     | 350       | 5857                 |
| 55 | 77-79 | 1          | 0,0097     | 350       | 5167                 |
| 56 | 01-59 | 2          | 0,0232     | 350       | 6202                 |
| 57 | 59-67 | 2          | 0,1180     | 250       | 16667                |
| 58 | 08-59 | 2          | 0,1056     | 250       | 15402                |
| 59 | 01-03 | 1          | 0,1040     | 250       | 15862                |
| 60 | 03-71 | 1          | 0,0136     | 450       | 5167                 |
| 61 | 03-06 | 1          | 0,0497     | 350       | 9422                 |
| 62 | 55-62 | 1          | 0,0281     | 550       | 70988                |
| 63 | 47-52 | 1          | 0,0644     | 350       | 10572                |
| 64 | 51-52 | 1          | 0,0859     | 250       | 12872                |
| 65 | 29-31 | 2          | 0,1042     | 250       | 32981                |
| 66 | 41-42 | 1          | 0,0094     | 350       | 4707                 |
| 67 | 40-42 | 1          | 0,0153     | 350       | 5167                 |
| 68 | 46-53 | 2          | 0,1041     | 250       | 14597                |
| 69 | 46-51 | 1          | 0,1141     | 250       | 16322                |
| 70 | 69-70 | 2          | 0,0228     | 350       | 6202                 |
| 71 | 66-69 | 2          | 0,1217     | 250       | 17127                |
| 72 | 09-69 | 2          | 0,1098     | 350       | 15747                |
| 73 | 60-69 | 2          | 0,0906     | 350       | 13677                |
| 74 | 31-32 | 1          | 0,0259     | 350       | 6547                 |
| 75 | 32-34 | 1          | 0,0540     | 350       | 9767                 |
| 76 | 16-18 | 1          | 0,0625     | 350       | 10917                |
| 77 | 16-23 | 1          | 0,0238     | 350       | 6892                 |
| 78 | 16-21 | 1          | 0,0282     | 350       | 6892                 |
| 79 | 31-34 | 1          | 0,0792     | 250       | 12412                |
| 80 | 31-33 | 2          | 0,0248     | 350       | 6432                 |
| 81 | 31-60 | 2          | 0,1944     | 250       | 25982                |
| 82 | 31-72 | 2          | 0,0244     | 350       | 6317                 |
| 83 | 47-54 | 2          | 0,1003     | 250       | 14252                |
| 84 | 47-49 | 2          | 0,0942     | 250       | 13562                |
| 85 | 18-58 | 2          | 0,0212     | 350       | 5742                 |
| 86 | 18-20 | 1          | 0,0504     | 350       | 9537                 |
| 87 | 18-66 | 2          | 0,0664     | 350       | 11377                |
| 88 | 18-21 | 1          | 0,0348     | 350       | 7467                 |



| #   | Línea | Líneas     | Reactancia | Capacidad | Costo                |
|-----|-------|------------|------------|-----------|----------------------|
|     |       | existentes | (pu)       | (MW)      | (10 <sup>6</sup> US) |
| 89  | 18-22 | 1          | 0,0209     | 350       | 6432                 |
| 90  | 19-22 | 1          | 0,0691     | 350       | 11722                |
| 91  | 04-05 | 3          | 0,0049     | 350       | 4247                 |
| 92  | 05-06 | 2          | 0,0074     | 350       | 4477                 |
| 93  | 17-23 | 1          | 0,0913     | 250       | 12987                |
| 94  | 17-76 | 1          | 0,0020     | 350       | 3902                 |
| 95  | 12-17 | 1          | 0,0086     | 350       | 4707                 |
| 96  | 01-71 | 2          | 0,0841     | 250       | 14367                |
| 97  | 01-08 | 1          | 0,0810     | 250       | 13217                |
| 98  | 01-11 | 1          | 0,0799     | 250       | 12527                |
| 99  | 04-36 | 2          | 0,0850     | 250       | 13562                |
| 100 | 19-58 | 1          | 0,0826     | 320       | 11722                |
| 101 | 27-64 | 1          | 0,0280     | 350       | 6777                 |
| 102 | 27-28 | 1          | 0,0238     | 350       | 6202                 |
| 103 | 27-44 | 1          | 0,0893     | 250       | 16322                |
| 104 | 26-27 | 1          | 0,0657     | 350       | 10917                |
| 105 | 27-29 | 1          | 0,0166     | 350       | 5052                 |
| 106 | 19-66 | 1          | 0,0516     | 350       | 9307                 |
| 107 | 73-74 | 1          | 0,0214     | 600       | 58278                |
| 108 | 64-65 | 1          | 0,0741     | 350       | 11837                |
| 109 | 29-64 | 1          | 0,0063     | 350       | 4362                 |
| 110 | 04-34 | 2          | 0,1016     | 270       | 14942                |
| 111 | 34-70 | 2          | 0,0415     | 350       | 8272                 |
| 112 | 33-34 | 1          | 0,1139     | 320       | 16322                |
| 113 | 08-71 | 1          | 0,0075     | 400       | 4477                 |
| 114 | 54-63 | 3          | 0,0495     | 320       | 9077                 |
| 115 | 48-63 | 1          | 0,0238     | 350       | 6317                 |
| 116 | 67-68 | 2          | 0,1660     | 250       | 22072                |
| 117 | 39-68 | 1          | 0,0145     | 350       | 5282                 |
| 118 | 08-09 | 1          | 0,0168     | 350       | 5972                 |
| 119 | 79-87 | 1          | 0,0071     | 350       | 4477                 |
| 120 | 08-87 | 1          | 0,0132     | 350       | 5167                 |
| 121 | 39-43 | 1          | 0,1163     | 250       | 16552                |
| 122 | 41-43 | 1          | 0,1142     | 250       | 16322                |
| 123 | 23-24 | 1          | 0,0255     | 350       | 6317                 |

| #   | Línea | Líneas     | Reactancia | Capacidad | Costo                |
|-----|-------|------------|------------|-----------|----------------------|
|     |       | existentes | (pu)       | (MW)      | (10 <sup>6</sup> US) |
| 124 | 21-22 | 1          | 0,0549     | 350       | 9882                 |
| 125 | 26-28 | 1          | 0,0512     | 350       | 9307                 |
| 126 | 28-29 | 1          | 0,0281     | 350       | 6777                 |
| 127 | 06-10 | 1          | 0,0337     | 350       | 7582                 |
| 128 | 33-72 | 1          | 0,0228     | 350       | 6202                 |
| 129 | 39-40 | 2          | 0,1020     | 250       | 16207                |
| 130 | 12-76 | 1          | 0,0081     | 350       | 4707                 |
| 131 | 48-54 | 3          | 0,0396     | 350       | 8042                 |
| 132 | 50-54 | 2          | 0,0876     | 250       | 12872                |
| 133 | 62-73 | 1          | 0,0272     | 750       | 73158                |
| 134 | 49-53 | 2          | 0,1008     | 250       | 14252                |
| 135 | 40-41 | 1          | 0,0186     | 350       | 5742                 |
| 136 | 45-81 | 1          | 0,0267     | 450       | 13270                |
| 137 | 64-74 | 1          | 0,0267     | 500       | 13270                |
| 138 | 54-56 | 3          | 0,0267     | 450       | 13270                |
| 139 | 60-62 | 3          | 0,0257     | 450       | 13270                |
| 140 | 72-73 | 2          | 0,0267     | 500       | 13270                |
| 141 | 19-82 | 1          | 0,0267     | 450       | 13270                |
| 142 | 55-82 | 1          | 0,0290     | 550       | 77498                |
| 143 | 62-82 | 1          | 0,0101     | 600       | 30998                |
| 144 | 83-85 | 2          | 0,0267     | 450       | 13270                |
| 145 | 82-85 | 1          | 0,0341     | 700       | 89898                |
| 146 | 19-86 | 1          | 0,1513     | 300       | 20922                |
| 147 | 68-86 | 1          | 0,0404     | 350       | 8272                 |
| 148 | 07-90 | 2          | 0,0050     | 350       | 4247                 |
| 149 | 03-90 | 1          | 0,0074     | 350       | 4592                 |
| 150 | 90-91 | 1          | 0,0267     | 550       | 13270                |
| 151 | 85-91 | 1          | 0,0139     | 600       | 40298                |
| 152 | 11-92 | 1          | 0,0267     | 450       | 13270                |
| 153 | 01-93 | 1          | 0,0267     | 450       | 13270                |
| 154 | 92-93 | 1          | 0,0097     | 600       | 30068                |
| 155 | 91-92 | 1          | 0,0088     | 600       | 27588                |

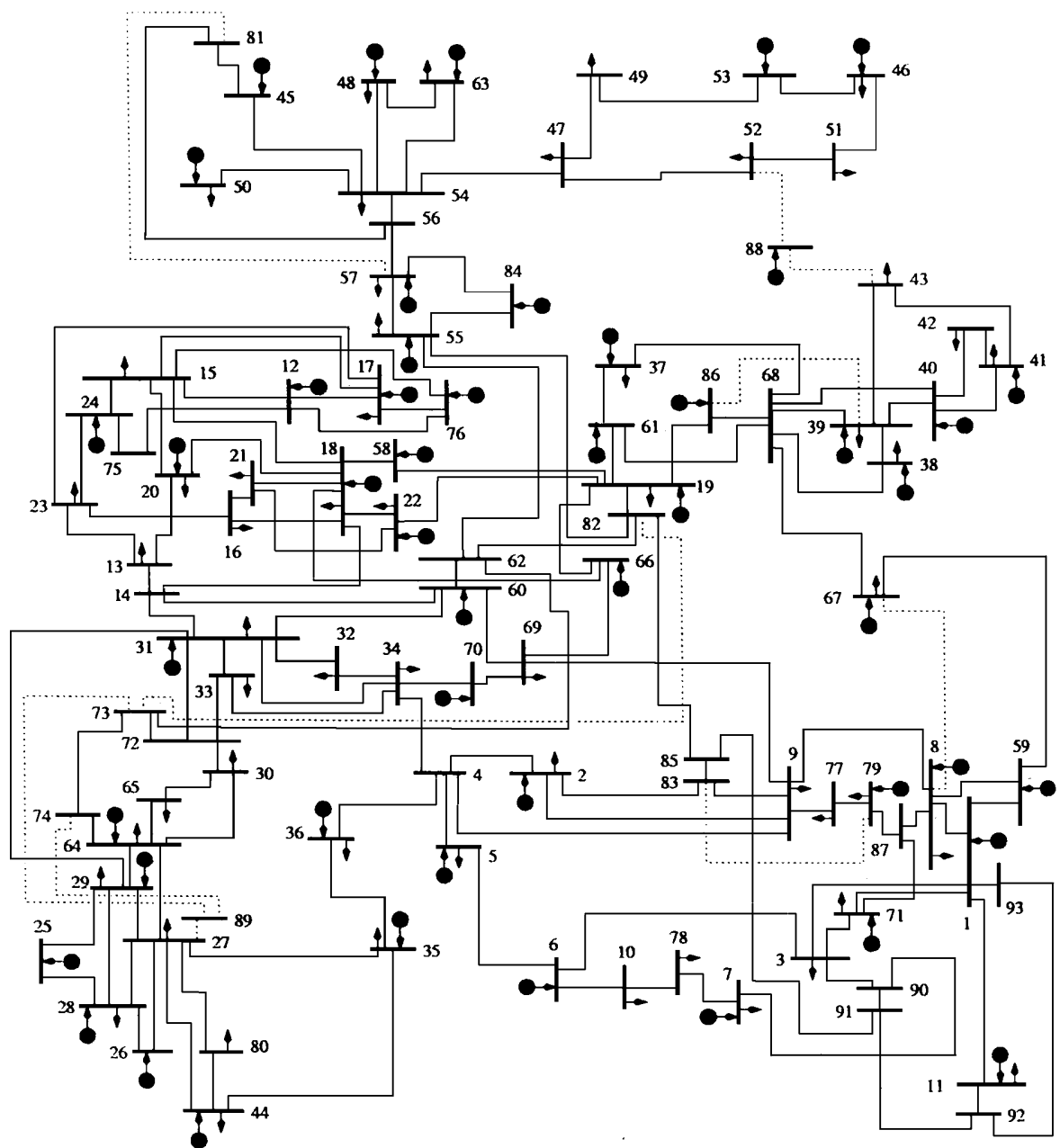


Figura A4. Sistema de prueba Colombiano.

## **APENDICE B**

### **ARTICULOS PUBLICADOS**

B.1. “Planeamiento de Sistemas Eléctricos de Transmisión Usando un Algoritmo GRASP”, Revista Scientia et Técnica, Universidad Tecnológica de Pereira, Octubre de 2002.

B.2. “Planeamiento de Sistemas de Eléctricos de Transmisión Usando GRASP”, XXIV Congreso Internacional de Ingenierías Eléctrica y Electrónica, Bogotá, Marzo de 2003.

B.3. “Entrenamiento de una Red Neuronal Artificial Usando el Algoritmo Simulated Annealing”, III Congreso Colombiano de Investigación de Operaciones, Marzo de 2004..

B.4. “Algoritmos Constructivos en el Desempeño de Algoritmos Combinatoriales para el Problema de planeamiento de la Expansión de Sistemas de Transmisión”, III Congreso Colombiano de Investigación de Operaciones, Marzo de 2004.

B.5. “Planeamiento de Sistemas Eléctricos de Transmisión Usando GAMS”, III Congreso Colombiano de Investigación de Operaciones, Marzo de 2004.

B.6. “Métodos inteligentes para inicializar algoritmos branch and bound en planeamiento de sistemas eléctricos de transmisión”, trabajo enviado al XIV Congreso Latino Iberoamericano en Investigación de Operaciones, CLAIO 2008, en proceso de evaluación.